情報科学実験 (2020後期)

ー 光電測定と熱放射 ー

佐久間　史典
(理化学研究所・中間子科学研究室・専任研究員)

Ver. 20200924

課題

- **黒体放射に関する基本的法則(プランクの公式等)の理解**

- タングステン･ランプの電気特性と熱放射特性の測定 → **第1回目実験**

- タングステン･ランプのフィラメントの色温度の推定 → **第2回目実験**

第1回目実験

- タングステン･ランプの<u>電気特性からその温度を推定する</u>

1. 常温付近では、金属の温度と抵抗はおよそ比例する
   - 抵抗を測定する事によりその”温度”を推定する
2. 消費電力は”熱放射エネルギー”となって逃げる
   - 推定した”温度”と”熱放射エネルギー”との関連性を調べる

→ 熱放射 ～ 黒体放射として理解できる

黒体放射とは

はじめに

- **黒体放射**は現代の科学技術で頻繁に用いられている重要な考え方。

- きちんと理解するには統計力学に基づいた考え方が必要。
  - 力学/解析力学/熱力学/電磁気学

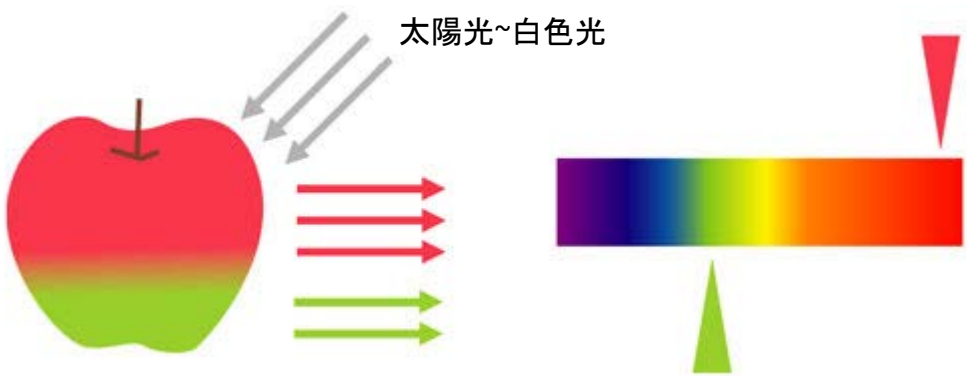
    → 統計力学

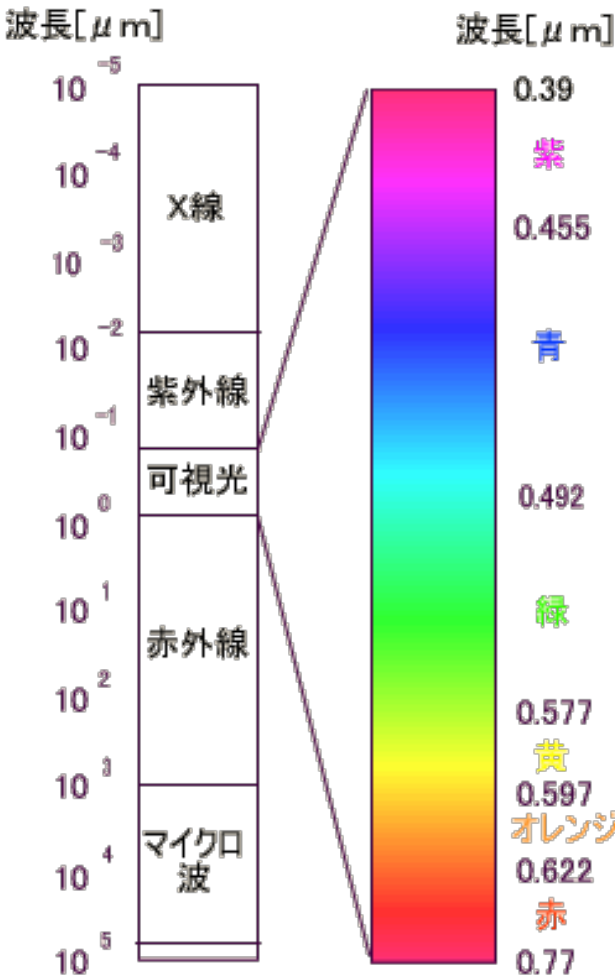
    ⇔ 量子力学 → 標準理論

    4つの基本力
    クォークとレプトン
    ハドロンと原子
    物質の質量、etc.

目で見える色とは

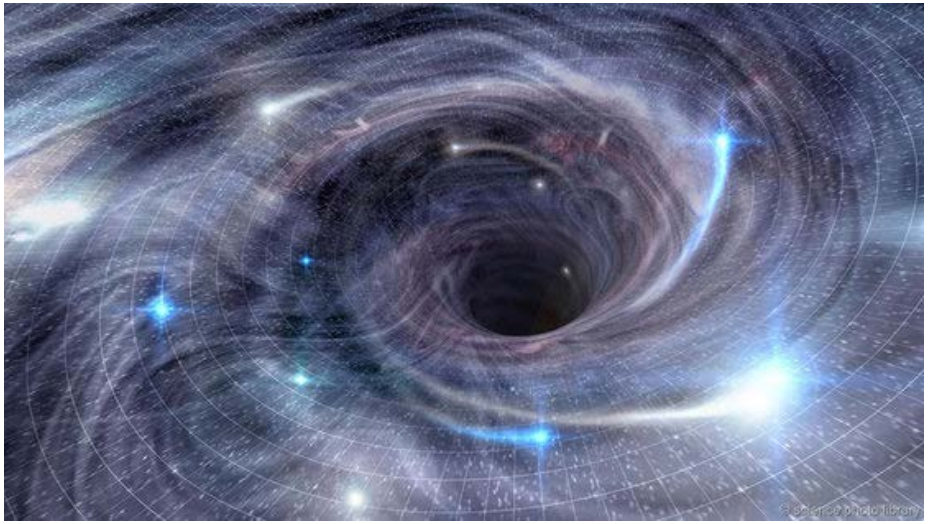
- **色が違う＝光の波長が違う**
  - 光源が発する光の中に、どの波長の電磁波が多く含まれているかによって色が決まる (光源色)
  - 物体に光が照射されたとき、その表面から反射された光の波長により色が決まる (物体色)





黒体とは

- すべての振動数の放射を反射することなく完全に吸収する理想的な物体
  - グスタフ・キルヒホッフにより導入(1859)
  - ブラックホールがその代表
  - 手に入るものではベンタブラック
    - 可視光の最大99.965%を吸収

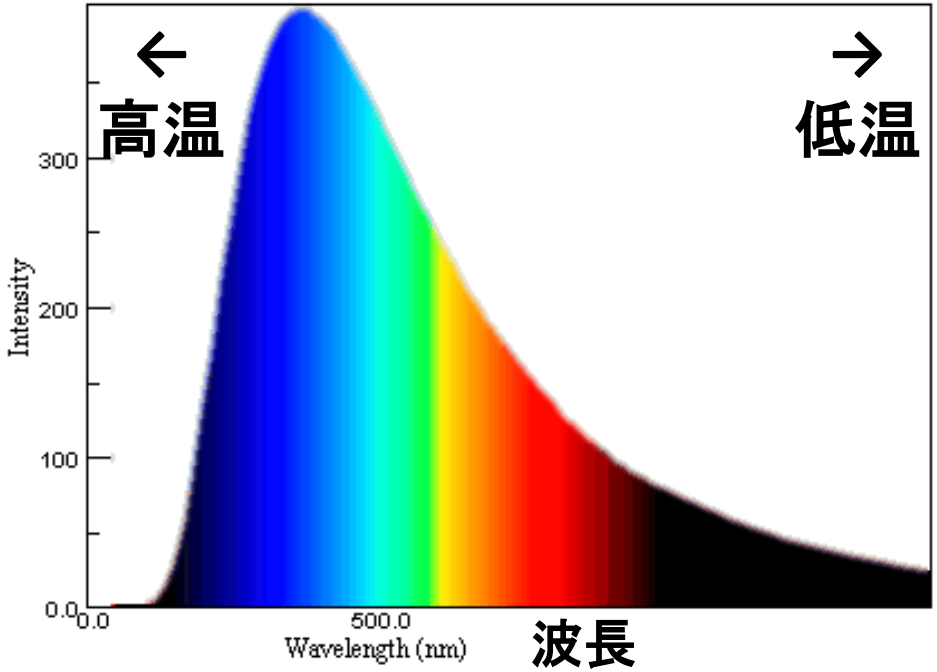


独BMW、「世界で最も黒い物質」まとったX6 (2019年8月)

黒体放射とは

- 黒体が放出する熱放射のことで，黒体の温度だけで定まる
  - 黒体放射のスペクトルは**プランクの放射式**によって理論的に与えられる

今回学ぶこと



温度、波長、エネルギー

- 熱の伝搬は電磁波が行っている = **熱放射**

- 電磁波 = 光 = 波の性質と粒子の性質を持つ
  - 電磁波のエネルギーは振動数に比例する

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

***h*:プランク定数** *←今回求める値*
ν: 振動数
λ: 波長

- 熱い物体 = エネルギーが高い状態
  - エネルギーの高い電磁波を放射
    = 波長が短い = 振動数が大きい

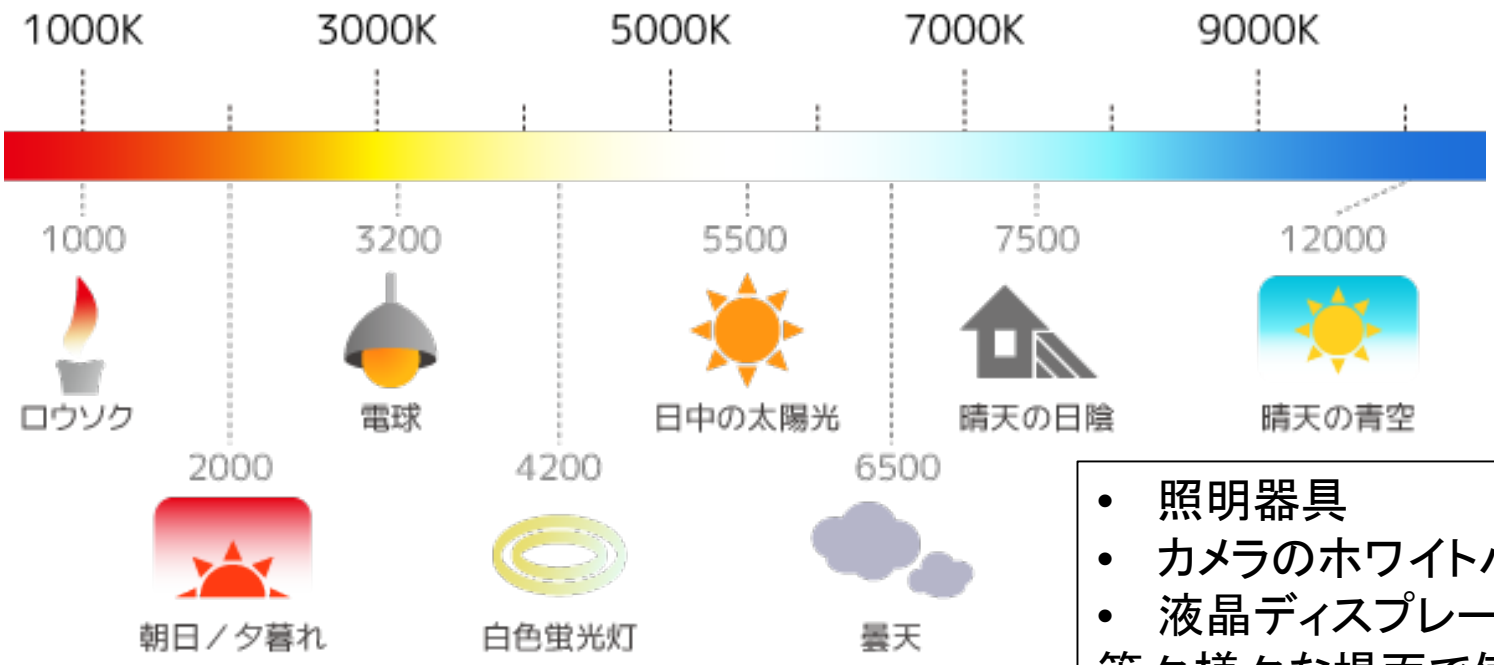
- 熱放射(の振動数)を測定することにより熱の発生源の温度が分かる

実際の使用例 (1)

- 放射温度計、サーモグラフィー
  - 物体から放射される赤外線や可視光線の強度を測定
  - 何か照射している訳では無い

実際の使用例 (2)

- 高温の黒体から放射される光の色と対応させ、その時の黒体の絶対温度(K、ケルビン)をもって**色温度**とする

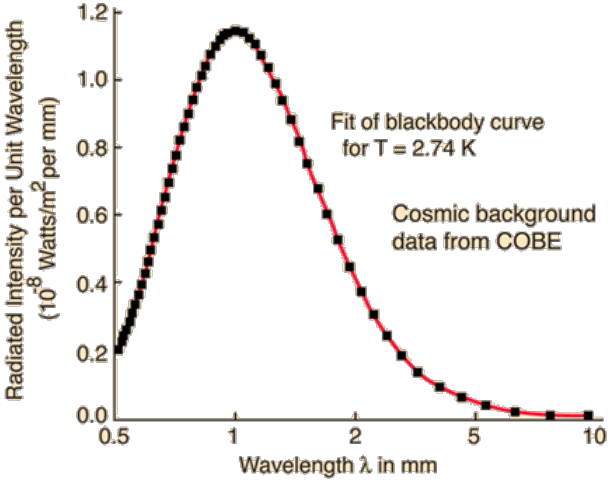


- 照明器具
- カメラのホワイトバランス
- 液晶ディスプレーの調整

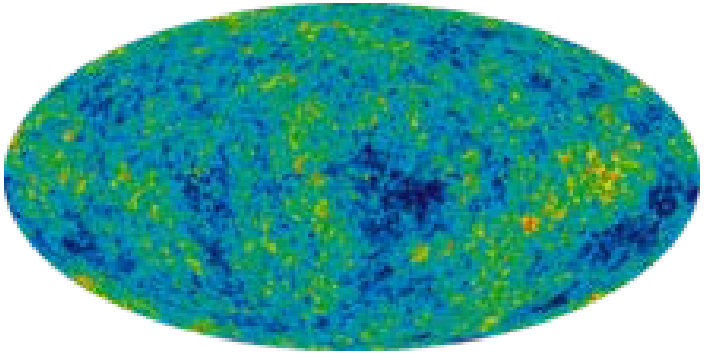
等々様々な場面で使用

実際の使用例 (3)

- 宇宙マイクロ波背景放射(CMB)
  - 天球上の全方向からほぼ等方的に観測されるマイクロ波。そのスペクトルは2.725Kの黒体放射に極めてよく一致。
  - ビックバンの残光



COBEによって得られた
CMBのスペクトラム

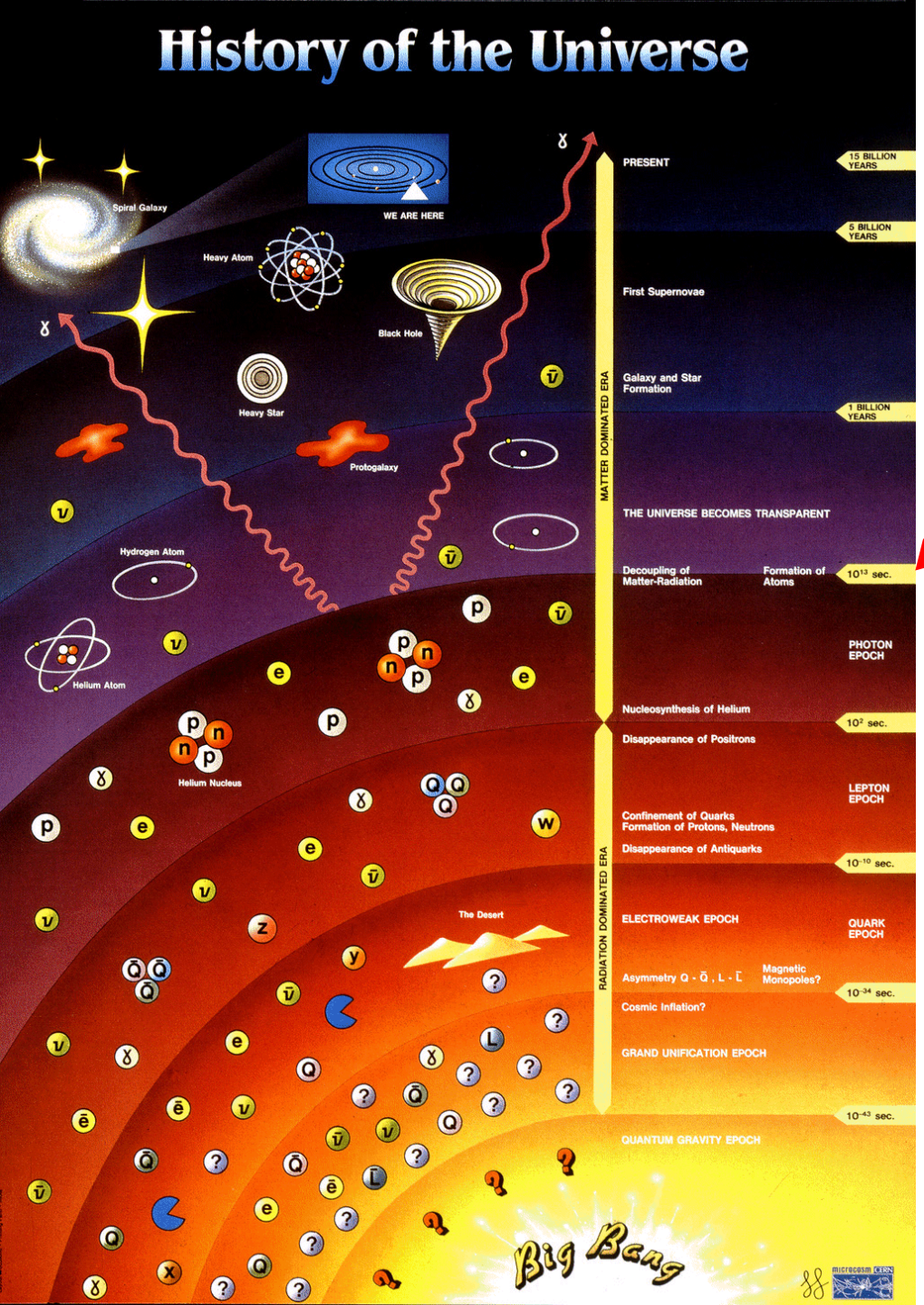


WMAPによって得られた
CMBの画像

宇宙の年齢	138億年	
宇宙の組成	ダークエネルギー	68.3%
	ダークマター	26.8%
	バリオン	4.9%

Planckによって得られた観測結果

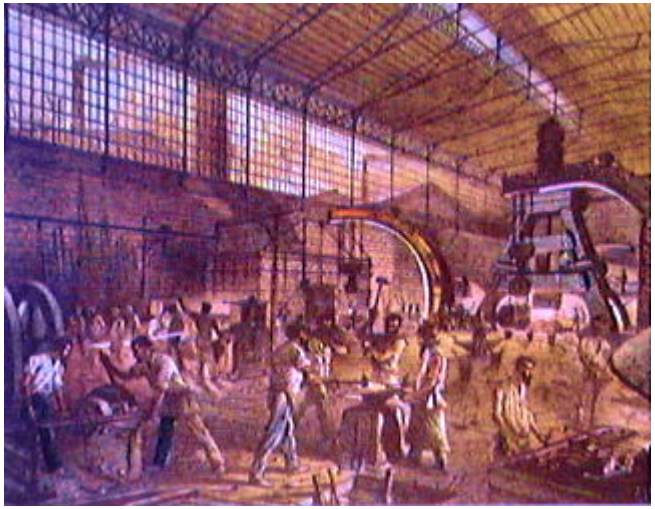
宇宙の歴史



- 現在 (138億年)
- 重い原子の生成
- **38万年前：宇宙の晴れ上がり**
- 軽い原子の生成
- 軽い原子核(He等)の生成
- ハドロンが生成され、質量を獲得 (カイラル対称性=強い相互作用の破れ)
- クォークやレプトンが質量を獲得 (ヒッグス機構=電弱相互作用の破れ)
- 質量0のクォークやレプトンの誕生
- ビッグバン：4つの力は統一していた

熱放射研究の歴史的な背景

- 産業革命後半(19世紀末)、製鉄技術の改良と発展は国の発展を左右する重要な課題だった。
- 鉄鉱石から鉄を作る過程で、溶鉱炉の中の鉄が一体何度であるかを知る必要があった。
  - 数千度にもなる溶鉱炉の温度を測る温度計は当時存在せず
  - 熟達した職人による、溶鉱炉内で溶けた鉄の発光している色による判断が唯一



放射熱の研究が進む要因に

シュテファン・ボルツマンの法則

- 熱放射のエネルギーRと物体の温度Tとの間の関係：

$$R = \sigma T^4 \left[W/m^2\right]$$

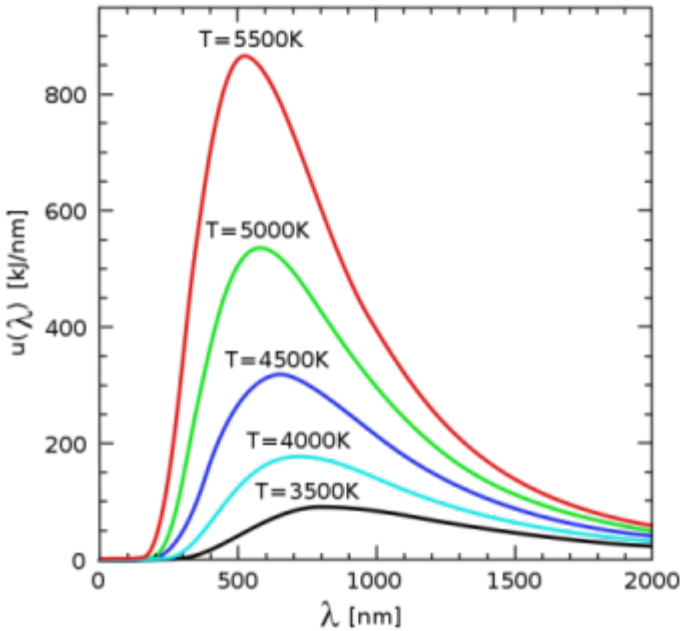
σ：シュテファン・ボルツマン係数
$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ [W/(m^{2}K^4)]

  - ヨーゼフ・シュテファンが実験的に求めた関係式(1879)
  - 弟子のルートヴィッヒ・ボルツマンが当時最先端であった電磁気学・熱力学を用いて理論的に証明(1884)
  - 太陽表面の温度を約6000Kと初めて推定

R：放射発散度 = 単位面積あたりに放射される放射エネルギー[W/m^2]

シュテファン・ボルツマンの法則の意味するところ

- 全波長(周波数)成分の合計、つまり右図の積分(面積)がT^4に比例
  - 全放射温度計
    - 広周波域にわたって積分するため、正確な温度測定が可能
    - 高価、大型
- スペクトラム分布は与えない
  - 今日ではプランクの法則を用いた安価な放射温度計が一般
    - 狭い帯域で測定、精度はほどほど
    - 安価、小型



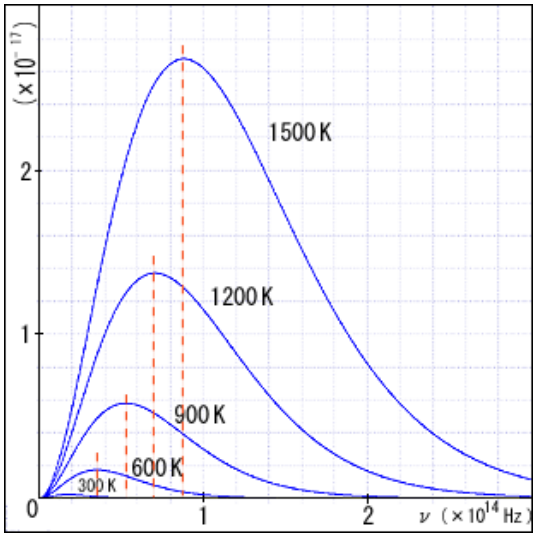
ウィーンの放射法則

- ウィーンの変位則 = 黒体からの放射のピークの波長が温度に反比例する(1893)

*つまり、周波数が温度に比例する

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

b=2.89x10^{-3} Km

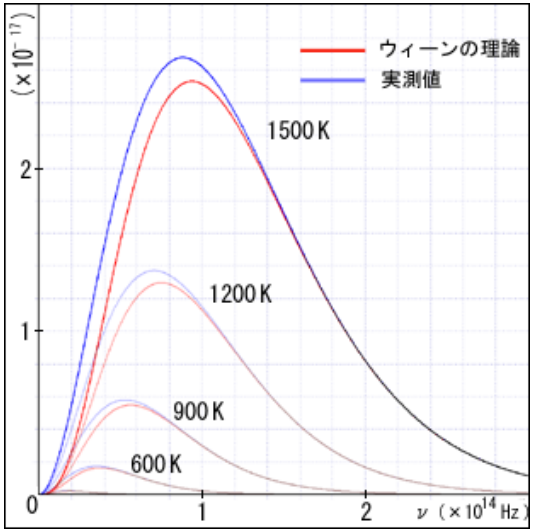


- 黒体から放出される電磁波のスペクトルを与える:

$$W(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT}$$

*係数はプランクの法則より導出

  - ヴィルヘルム・ウィーンが理論的に求めた式(1896)
  - 短波長(高周波数)での近似式



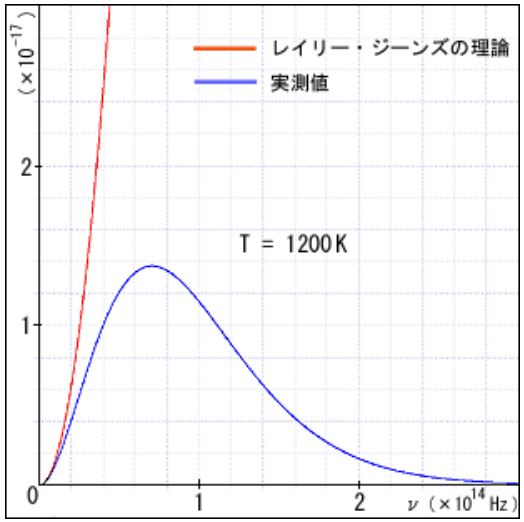
W(λ,T):分光エネルギー密度 = 単位体積、単位波長あたりに放射されるエネルギー[W/m^4]

レイリー・ジーンズの法則

- 黒体から放出される電磁波のスペクトルを与える:

$$W(\lambda, T) = 8\pi k \frac{T}{\lambda^4}$$

  - レイリー卿(1900)とジェームズ・ジーンズ(1905)がもとめた理論式
  - 長波長(低周波数)での近似式
    - 高周波=低波長、つまり紫外線領域で発散(紫外発散)



- ***古典力学ではここまでが限界***

プランクの法則

- 黒体から放出される電磁波のスペクトルを与える:

$$W(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

  - マックス・プランクが求めた理論式(1900)
  - 全ての波長領域にわたって実験結果を再現
  - **量子力学の幕開けとなる法則**

- 初めは、前述2つの間を取った補間式を探している最中に偶然のように出来上がった式 → 発表2ヶ月後に自身によって理論化
- プランクはこの法則の導出を考える中で、輻射場の振動子のエネルギーが**E = hν = h(c/λ)** の整数倍になっていると仮定 (=プランク定数の導入)
- この**プランクのエネルギー量子仮説**がその後の量子力学の幕開けとなる
- しかし、古典物理と考え方があまりにもかけ離れていたため、その5年後の**アインシュタインの光量子仮説**(1905)により光子の存在が明らかになった後に、日の目を見ることになる

レポートに関して

第1回と第2回の実験をまとめて、レポートを提出(manabaにpdfで)

- 書かれるべき事柄
  1. イントロダクション
     - 実験の目的、原理や理論の簡潔なまとめ
  2. 実験方法
     - 実験の方法、用いた実験装置の簡潔なまとめ
  3. 解析
     - データの記録、解析方法、解析結果
  4. 結果と考察
     - 解析結果に対する解釈、その考察
  5. 結論
  6. (今回特別)課題問題の解答

この形式(+アブストラクト/謝辞/文献)は科学論文の基本。
- 卒論/修論/D論/ジャーナル論文/etc.

＊ページ番号、図表の番号・タイトル、値の単位も忘れずに

採点基準(減点方)

レポート構成	前述の事柄が書かれていること
原理・方法・解析	”簡素に”まとめること
表	きちんとデータをまとめること
グラフ	軸のタイトル・単位、凡例を書くこと
有効数字	**有効数字を考慮すること (次ページ)**
考察	得られた結果について**物理的な考察**をすること うまくいかなかったときは、その原因を考える
課題	忘れずにやること

有効数字

- <u>有効数字の桁数</u>
  - 2.12は有効数字3桁　= 2.12×10^0
  - 101.0は有効数字4桁　= 1.010×10^2
- <u>有効数字を考慮した計算</u>
  - $2.12 + 101.0 = 103.1 = 1.031 \times 10^2$

(103.12ではない、最後の0.02は不確かな値)

足し算(引き算)では小数点を揃えて計算をし，最後の桁の位取りが最も高いものに合わせて有効数字を決める
上の例では、(小数点2桁) + (小数点1桁) = (小数点1桁)

  - $2.12 \times 101.0 = 214 = 2.14 \times 10^2$

(214.12ではない、最後の0.12は不確かな値)

掛け算(割り算)の場合には計算結果の有効桁数は最も有効数字の少ない数値の有効桁数と等しい
上の例では、(有効数字3桁) x (有効数字4桁) = (有効数字3桁)

- **実験/計算の途中では多めにとっておいて良い**
- **最後に表としてレポートにまとめるときに丸める**

有効数字[例]

- 良い例

測定値R0(2桁)　計算値P=VI(3桁)

表1		R0	7.9	Ω	
V(V)	I(A)	R(Ω)	R/R0	P(W)	T(K)
4.95	0.221	22.4	2.8	1.09	640
10.48	0.285	36.8	4.7	2.99	980
15.38	0.348	44.2	5.6	5.35	1140

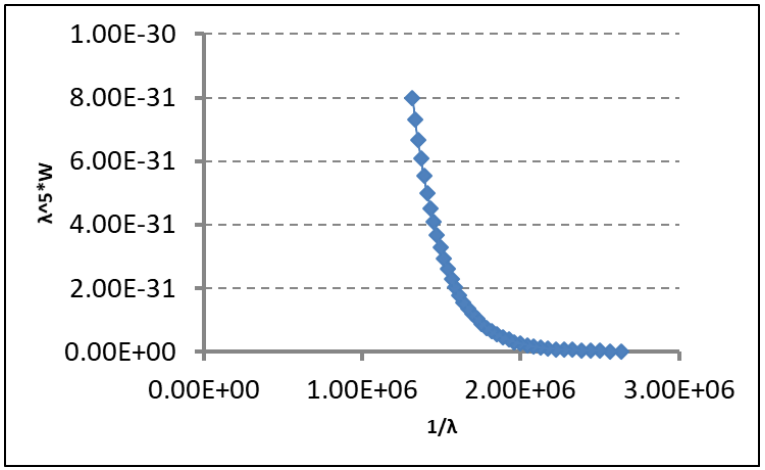
測定値V(3-4桁)　測定値I(3桁)　計算値R=V/I(3桁)　計算値R/R0(2桁)

- 悪い例
  - Excelの出力のまま

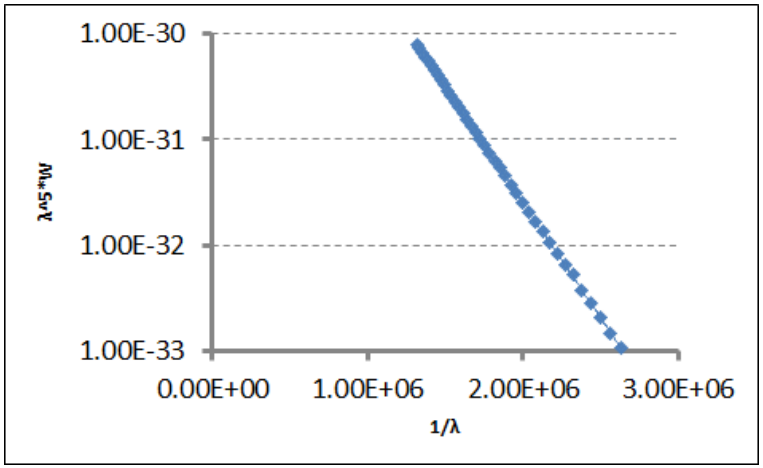
表1		R0	7.9	Ω	
V(V)	I(A)	R(Ω)	R/R0	P(W)	T(K)
4.95	0.221	22.3981900	2.8352139	1.0939500	640
10.48	0.285	36.7719298	4.6546747	2.9868000	980
15.38	0.348	44.1954023	5.5943547	5.3522400	1140

対数グラフ

- 片対数グラフ (x,Y)
  - $\boldsymbol{y = a \times b^{x}}$ → 傾き"$\log b$"の直線になる
    - $Y = \log y$と置くと
    - $\mathrm{Y} = \log y = \log ab^{x} = \log a + x \log b$
  - $\boldsymbol{y = a \times exp(bx)}$ → 傾き"$b \log e$"の直線になる
    - $Y = \log y = \log ae^{bx} = \log a + bx \log e$

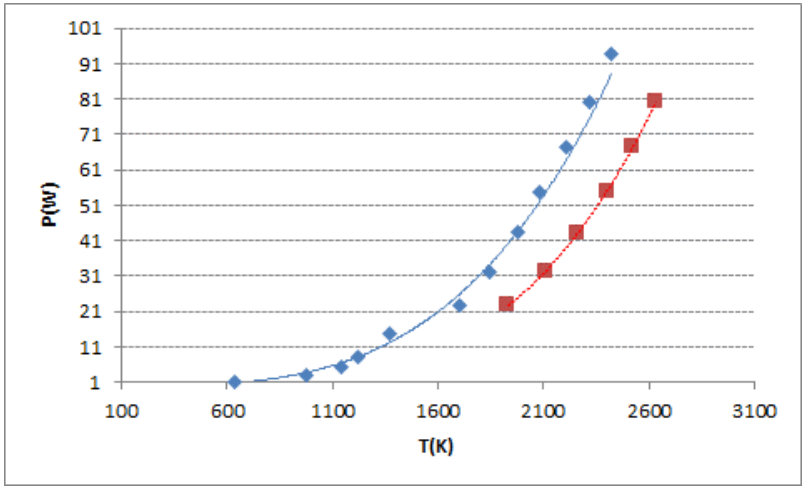


Y軸を
log

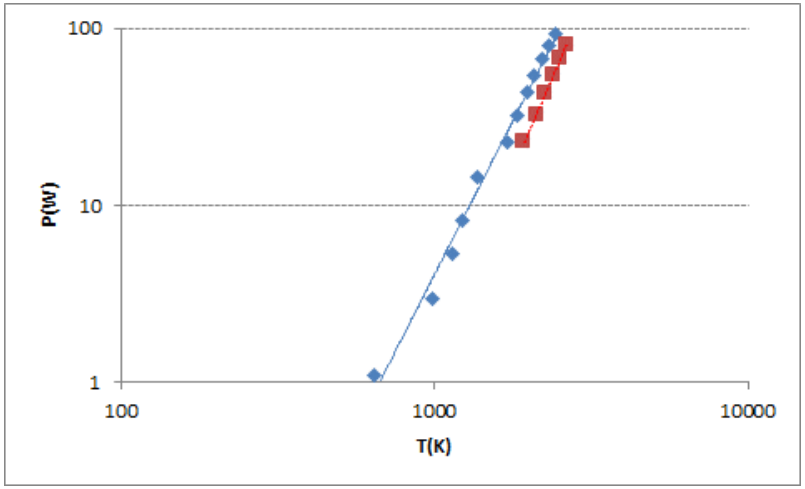


対数グラフ

- 両対数グラフ (X,Y)
  - $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{b}}$ → 傾き"b"の直線になる
    - $\mathrm{X} = \log x\,, Y = \log y$と置くと
    - $\mathrm{Y} = \log y = \log ax^b = \log a + b \log x = \log a + bX$



xy軸を
log



実験の注意事項

実験の注意事項

- **安全第一**
  - 整理整頓を心がける、特に火傷や感電に注意

- **実験ノートへの記録を徹底する**
  - 日付、(名前)、何をやったか、用いた器具の種類・番号、得られた測定データの値、考察やその他気がついたこと

> - *その場ですぐ記入*
> - *消えない筆記用具で記入*

- **機器の取扱には細心の注意を払う**
  - ランプや分光器、光電子増倍管は基本的に高額です

COVID-19対策

- マスク・フェイスガード着用
- ソーシャル・ディスタンシング推奨
- 手洗い・アルコールによる手の消毒
- 実験終了時、掃除と共に除菌シートで清掃

実際の進め方

- 1グループ3-4人で進める
  - 機器を動かす人
  - ノート記入する人
  - PC(Excel)で表やグラフを作る人
    - オンラインでの参加者と分業して実験
    - 現地組4人のグループではPC2台で分業可

- 図1は全員グラフ用紙に書くこと
  - ノートは1人がきちんと記入すれば良しとする
  - 図2以降と表はExcelで作成

注意!

- 初めに回路を繋ぐ際、**スライダックのコンセントはささないこと。**
  - 先生たちが確認後、コンセントをさしてください。

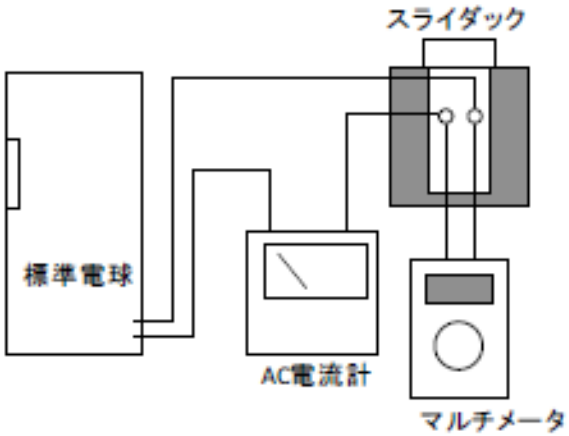


図 1　装置の配置 (模式図)

- 髪の毛が端子に触れると感電の恐れあり。
  - 髪の毛は結びましょう

タングステン・ランプの電気特性と熱放射特性の測定

--- 実験の進め方 ---

目的と使用機器

- 目的
  - タングステン・フィラメントの電気特性・温度特性を調べるために、電圧-電流特性を測定する
- 使用器具
  - 標準タングステン・ランプ、ランプハウス
  - スライダック(5A) = 出力電圧を変えられる変圧器(トランス)、東芝の登録商標
  - AC電流計(2Aレンジ)
  - デジタル・マルチメーター

実験の注意1

まずは回路を繋がないで、抵抗を測定する

1. 標準タングステン・ランプをランプハウスのソケットにしっかりねじ込む
   - **次回も同じランプを使用するので番号等を控えておく**

2. 電球の室温における抵抗値R_0をマルチメーターで測定し、ノートに記録する
   - **8Ωより大きな値の場合は、どこかで接触不良をおこしているので、測定し直すかランプを付け直す**

実験の注意2

- 図1を参考にして回路をつなぐ際、**スライダックのコンセントはすべての回路の結線確認後にさすこと。感電の恐れ有り。**

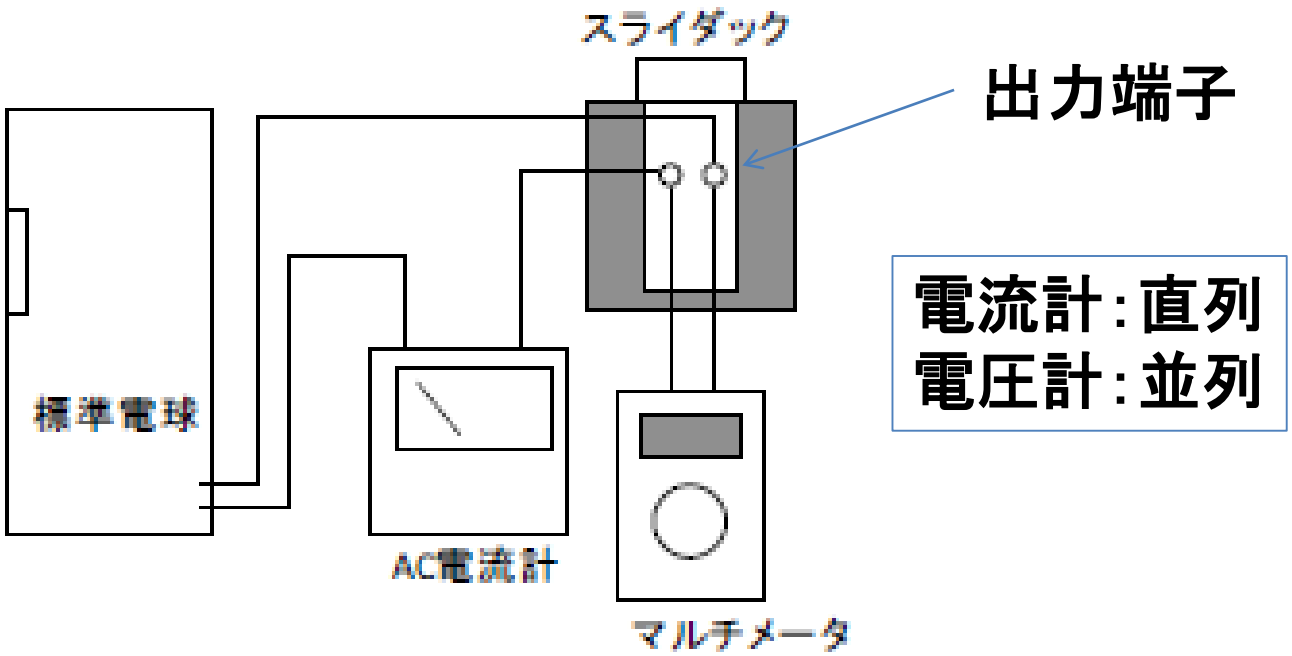


図１　装置の配置（模式図）

実験の注意3

1. スライダックの出力電圧Vを上げた後は、5分程度待ってある程度安定に達したことを確認する
   - マルチメータで確認、きっちり設定値に設定する必要はない
   - **フィラメントの温度が一定にならないと抵抗=電流が安定しない**

2. 電流Iを読み取って、読み取ったVとIをノートに記入していく
   - 電流計のレンジに注意 (2Aにつないでいる)
   - **記入する有効数字にも注意 (最小目盛の1/10まで)**
   - 鏡に映る針が見えたら斜めから見ている事になるので注意

参考資料

データの記録

- ノートに下記のような表を作り、**その都度**測定値を記入していく

R_0=8.0Ω

V (V)	I (A)
4.9	0.310
9.9	0.384
…	…
…	…

データのまとめ1

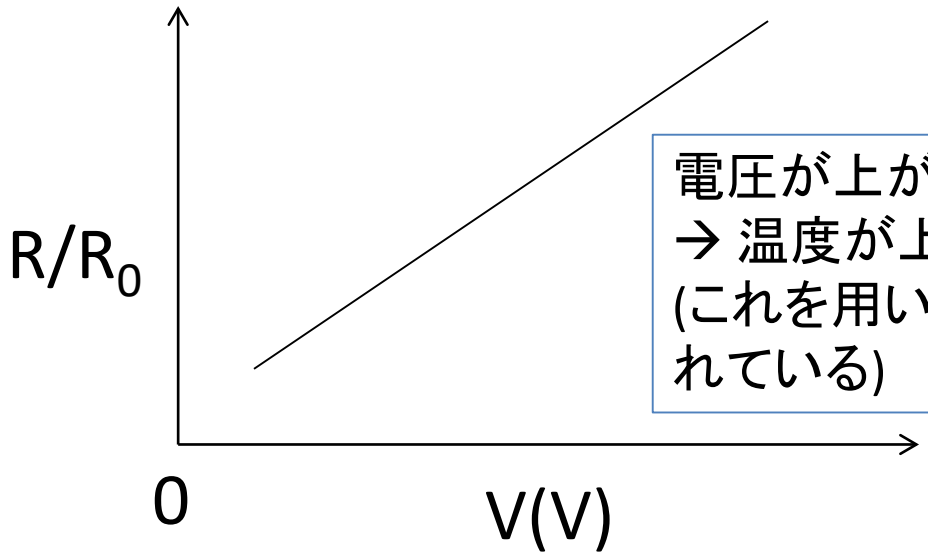
- R, R/R_0, 消費電力Pを計算より求める

$R_0=8.0\Omega$

V (V)	I (A)	R(Ω)=V/I	R/R_0	P(W)=V*I
4.9	0.310	15.81	2.11	1.52
9.9	0.384	25.78	3.44	3.80
…	…	…	…	…

データのまとめ2

- 横軸V(V)、縦軸R/R_0のグラフを作る(グラフ用紙)



電圧が上がると抵抗も上がる
→ 温度が上がって抵抗が上がるため
(これを用いた抵抗温度計が実用化されている)

V (V)	I (A)	R(Ω)=V/I	R/R_0	P(W)=V*I
4.9	0.310	15.81	2.11	1.52
9.9	0.384	25.78	3.44	3.80
…	…	…	…	…

データの解析1

- タングステンの比抵抗の温度変化はよく分かっているので、これからフィラメントの温度が推定できる

表 I. タングステンの体積抵抗率の温度変化

T(K)	$\rho(\mu\Omega\cdot\mathrm{cm})$	ρ/ρ_0	T(K)	$\rho(\mu\Omega\cdot\mathrm{cm})$	ρ/ρ_0
250	4.328	0.814	1200	30.90	5.809
300	5.48	1.030	1400	37.26	7.005
350	6.68	1.256	1600	43.76	8.227
400	7.91	1.431	1800	50.4	9.48
500	10.47	1.968	2000	57.1	10.7
600	13.14	2.470	2200	63.8	12.0
700	15.92	2.993	2400	70.5	13.3
800	18.78	3.531	2600	77.3	14.5
900	21.71	4.082	2800	84.0	15.8
1000	24.72	4.647	3000	90.6	17.0

(ρ_0 は室温 293K=20°C における値)

データの解析2

- 先程のグラフに、横軸(上)にタングステンの温度T(K)、縦軸(右)に比抵抗の温度変化ρ/ρ_0を重ねてプロットする
  - V=0とT=293Kがだいたい一致するようにする
  - R/R0とρ/ρ_0のスケールはそろえておく(後述)

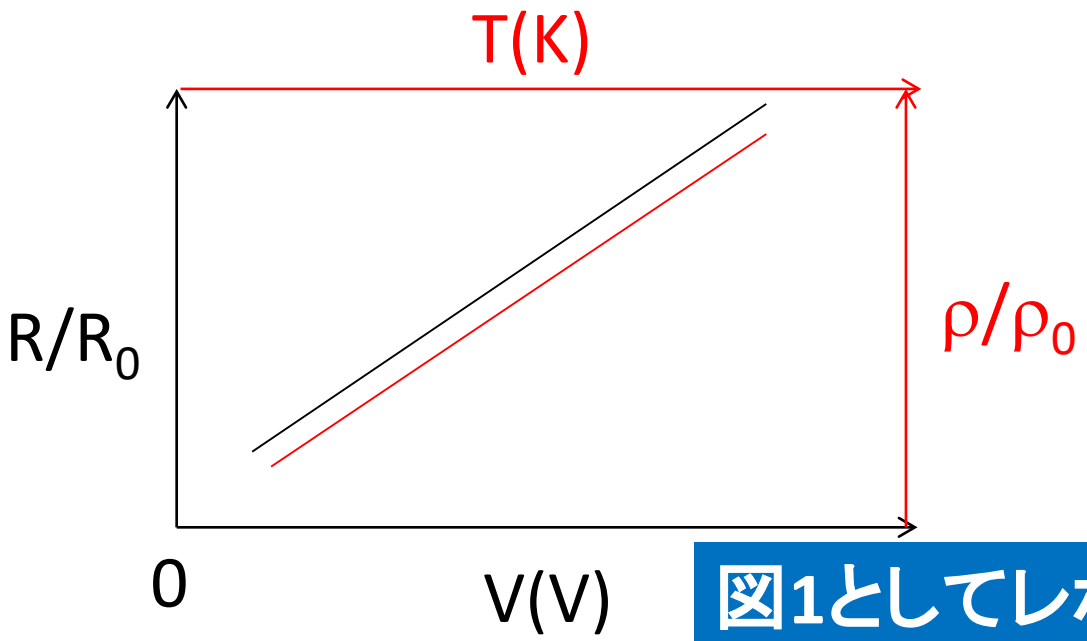


図1としてレポート

データの解析3

- 実はR/R0とρ/ρ_0は同じ物理量を表しているので、各電圧に対応するフィラメントの温度が推測できる

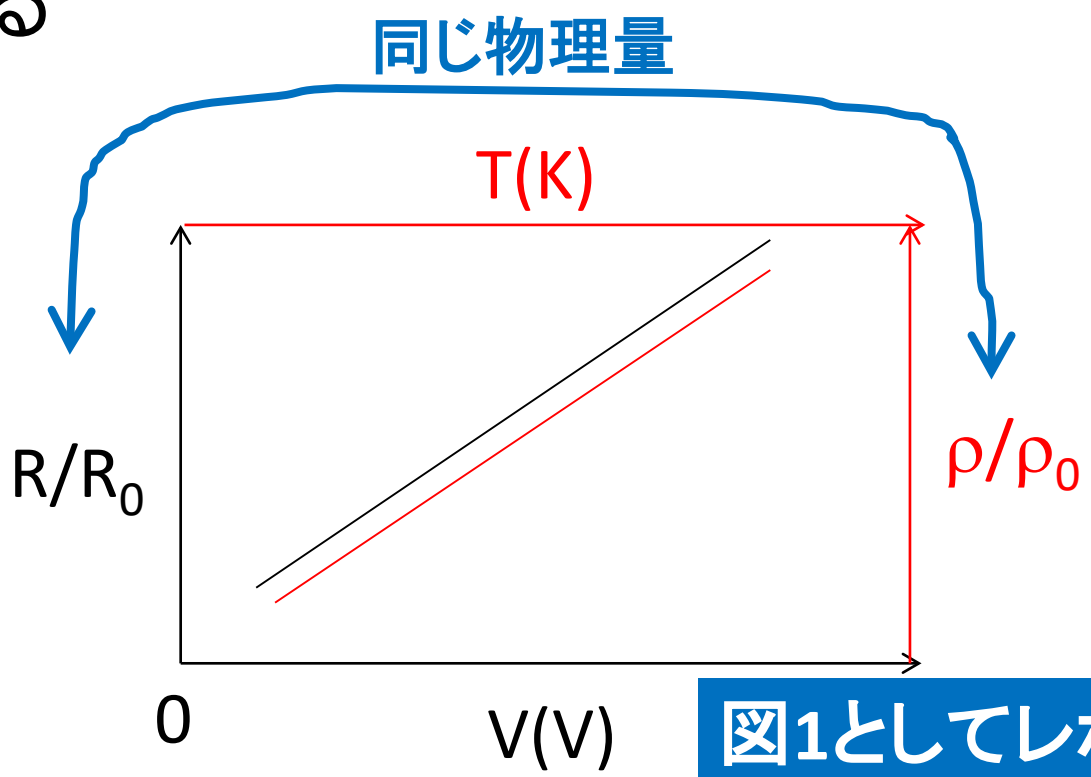


図1としてレポート

データの解析4

- 既知のρ/ρ_0とTの関係から、$R/R_0(=\rho/\rho_0)$の値でのTを求める

鉛筆と定規で電圧と温度の関係を求める

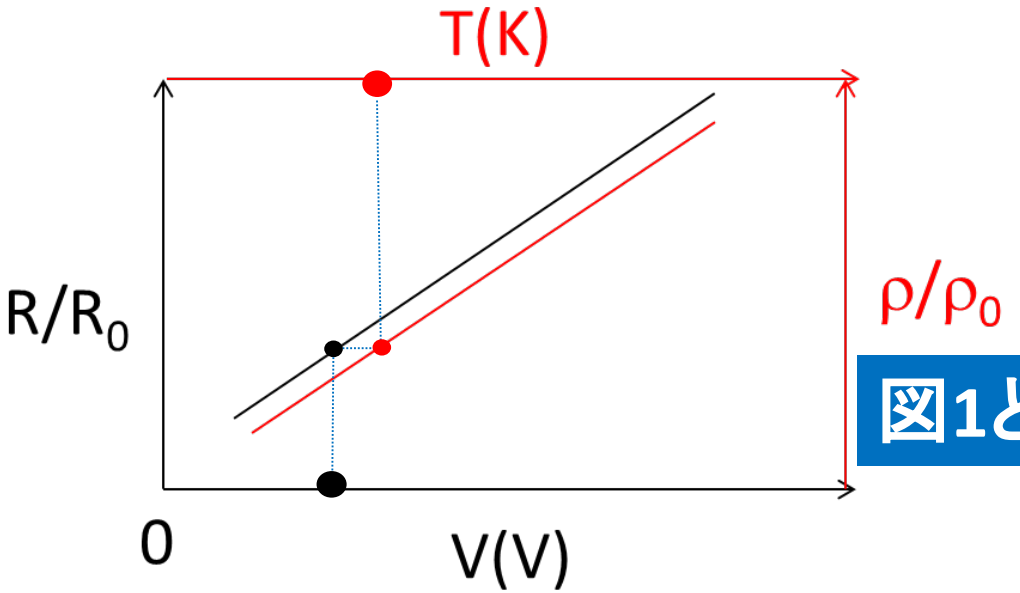


図1としてレポート

V (V)	I (A)	R(Ω)=V/I	R/R_0	P(W)=V*I	T(K)
4.9	0.310	15.81	2.11	1.52	528.2
9.9	0.384	25.78	3.44	3.80	783.0
…	…	…	…	…	…

データの解析5

- 横軸V、縦軸Tとしたグラフを作り(以降エクセルで)、電圧と温度の関係を求める

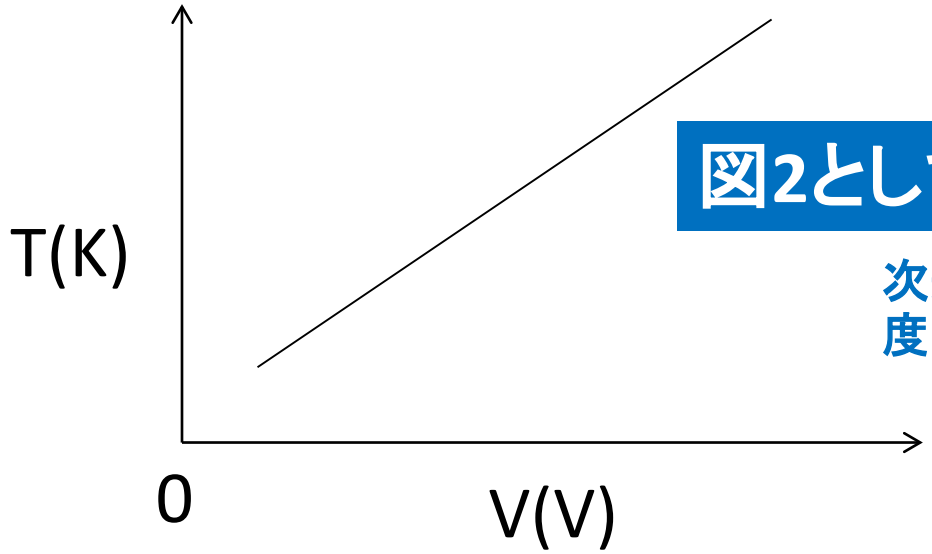


図2としてレポート

次週に推定した色温度の値も加える

V (V)	I (A)	R(Ω)=V/I	R/R_0	P(W)=V*I	T(K)
4.9	0.310	15.81	2.11	1.52	528.2
9.9	0.384	25.78	3.44	3.80	783.0
…	…	…	…	…	…

結果の解釈1

- フィラメントで単位時間に発生するエネルギーは、ジュール熱W=V*Iに等しい
  - 発したジュール熱は以下で失われる
    - 熱伝導 (周りの物体にエネルギーが移動)
    - 熱放射
    - 熱平衡 (物体の温度上昇)

- (温度が平衡に達した後は)エネルギーは主に熱放射によって損失する
  - そのときの温度はシュテファン・ボルツマンの法則 $W=\sigma T^4$である程度近似出来る
    - フィラメントは理想的な黒体ではないため近似にすぎない
    - 故に実際のフィラメントの温度と色温度は異なる

結果の解釈2

- 熱放射エネルギーが消費電力P=V*I(=ジュール熱)に比例していると仮定して、
  - 両対数で縦軸P、横軸Tの関係をプロットし、$y=a*x^b$で近似したときのパラメーター”b”を求める

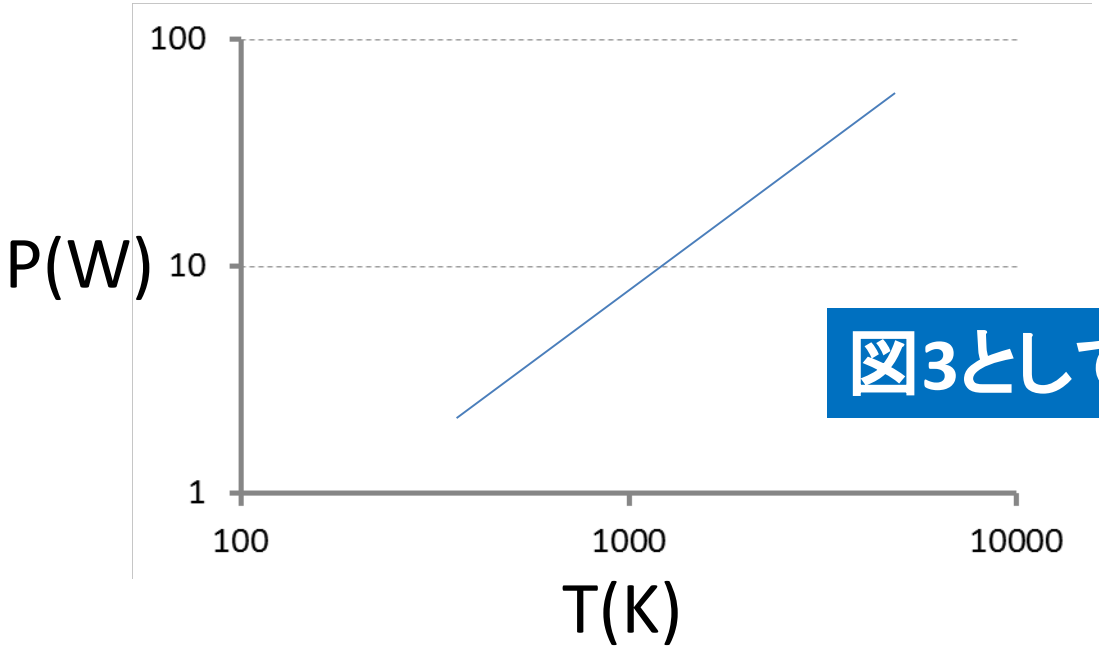


図3としてレポート

次週に推定した色温度の値も加える

考察

- 測定点は近似曲線にきちんとのっているか?
  - ずれる点がある場合はどうしてそうなったか?

- 得られたパラメーター”b”はどんな意味を持つ?
  - シュテファン・ボルツマンの法則からずれるのは何故?

ここまで終わったら、実験機器を片付ける

課題1

- 付録Dの値からプランク定数hを求める
  - ウィーンの放射式を用いる

$$W(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \boxed{e^{-hc/\lambda kT}}$$

1. 値(λ,W)を入力
   - Wは相対値として扱って良い
2. λ^5Wと1/λに変換
   - このときのλの単位はm
3. 縦軸λ^5W、横軸1/λを片対数でプロットし、y=a*exp(-bx)で近似
4. 得られたパラメーターbより、プランク定数hを**3桁の精度**で求める

付録 D　色温度 $T = 2856$K の標準光源の分光放射強度

波　長 (nm)	分光放射強度 (μW・cm^{-2}・nm^{-1})	波　長 (nm)	分光放射強度 (μW・cm^{-2}・nm^{-1})	波　長 (nm)	分光放射強度 (μW・cm^{-2}・nm^{-1})
380	0.133	510	0.897	640	2.14
390	0.164	520	0.984	650	2.24
400	0.200	530	1.107	660	2.33
410	0.240	540	1.166	670	2.43
420	0.285	550	1.261	680	2.52
430	0.355	560	1.357	690	2.61
440	0.390	570	1.454	700	2.69
450	0.449	580	1.553	710	2.77
460	0.513	590	1.652	720	2.86
470	0.582	600	1.751	730	2.93
480	0.655	610	1.850	740	3.01
490	0.732	620	1.949	750	3.08
500	0.812	630	2.05	760	3.15

この表の分光放射強度は、実際には相対値として扱って良い。つまり単位は考えなくて良い。

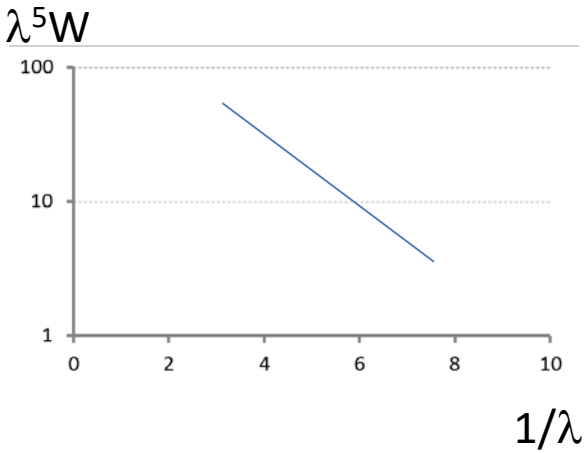


図4としてレポート

f	p	n	μ	m	1	k	M	G	T	P
10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{0}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}

課題2

- [3.課題問題]に揚げてある問題について、レポートに回答を書く
  - **レポート本文ではなく、レポートの最後に綴じる**

- ヒント：原点0でのテイラー展開がマクローリン展開

- ***テイラー展開(=x_0でのテイラー展開)***

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!}f''(x_0)(x - x_0)^2 + \frac{1}{3!}f'''(x_0)(x - x_0)^3 + \cdots$$

- ***マクローリン展開(=原点0でのテイラー展開)***

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2!}f''(0)x^2 + \frac{1}{3!}f'''(0)x^3 + \cdots$$