情報科学実験 (2021後期)

ー演算増幅器(OPアンプ)特性ー

第2週目実験

佐久間　史典
(理化学研究所)

Ver. 20211101

課題

- オペアンプを実験で確かめながら理解する
  - オペアンプの基礎
  - フィードバックに関する基本的理解
  - アナログ回路に用いられるオペアンプの使用法

- 反転増幅器、非反転増幅器

  → **第1週目実験**

- 加算回路、アクティブ・バンドパス・フィルタ

  → **第2週目実験**

レポート・注意事項

- レポート
  - 実験をまとめて、レポートを提出してください
    - **簡単な原理**
    - **実験の簡単な説明**
    - **表・グラフ・画像**
    - **(テキストにある)問1,2**
  - エクセルでデータをまとめる

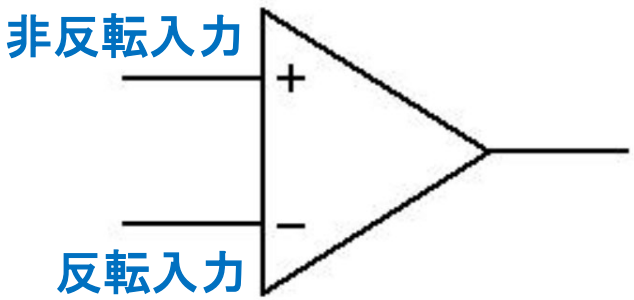
- 注意事項
  - 乱雑に回路を扱うと壊れるので、注意!

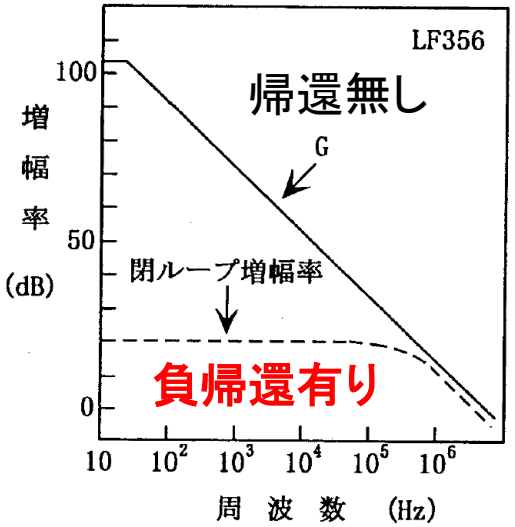
オペアンプ復習

- オペアンプ = Operational Amplifier = 演算増幅器
- アナログ信号の増幅など、アナログ回路の様々な用途に用いられている。

第1週目のポイント

- **イマジナリー・ショート**
- **周波数特性改善のための負帰還**
  - **反転増幅回路**
  - **非反転増幅回路**
- 入力インピーダンスが高い
- 出力インピーダンスが低い

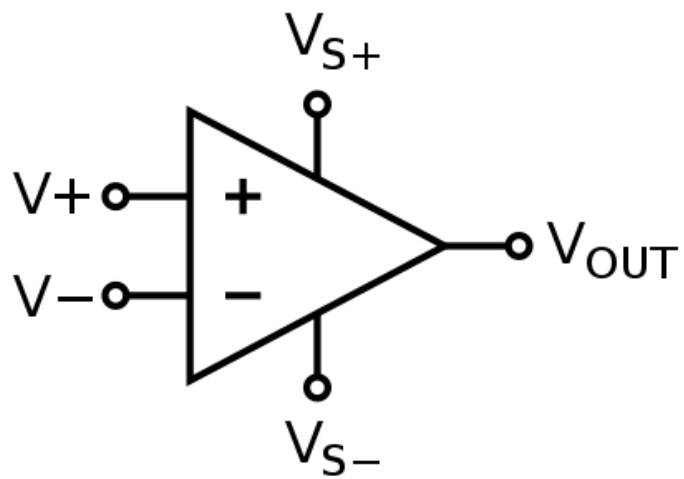


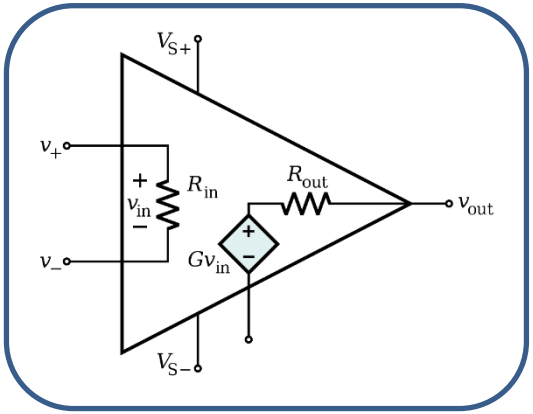


イマジナリー・ショート
(imaginary short)

- **2つの入力端子間はあたかもショートしているように見えること(電位差が0V)**
  - 入力インピーダンス(2つの入力端子間の抵抗)が非常に大きい(~∞)にもかかわらず、そのように見える
  - 仮想短絡、バーチャル・ショート(virtual short)、等とも言う

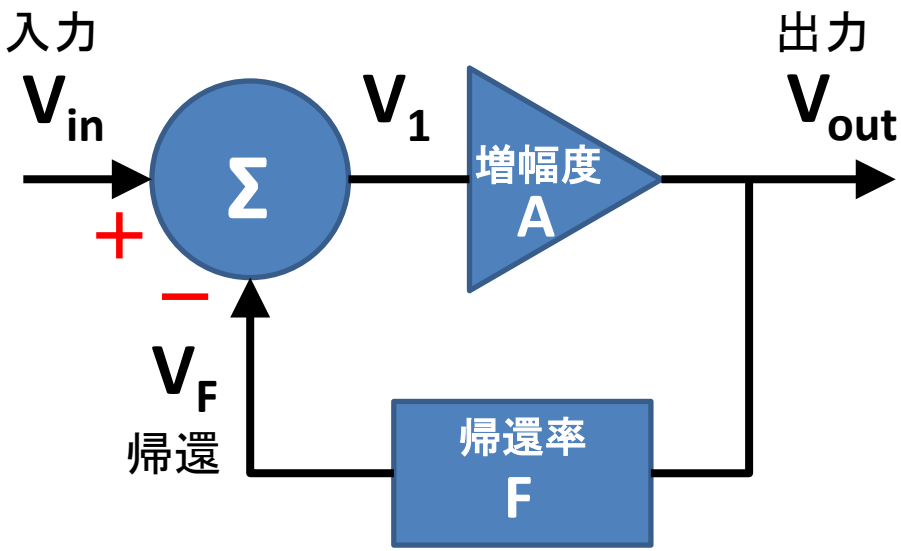
電位差が0V
→ イマジナリー・ショート





負帰還 (ネガティブ・フィードバック)

- 増幅度Aの増幅器出力から帰還率F(<1)を介した信号を逆位相(反転)にして入力に戻すこと
  - 増幅度Aが充分に大きいと、回路のゲインはFにより決まる

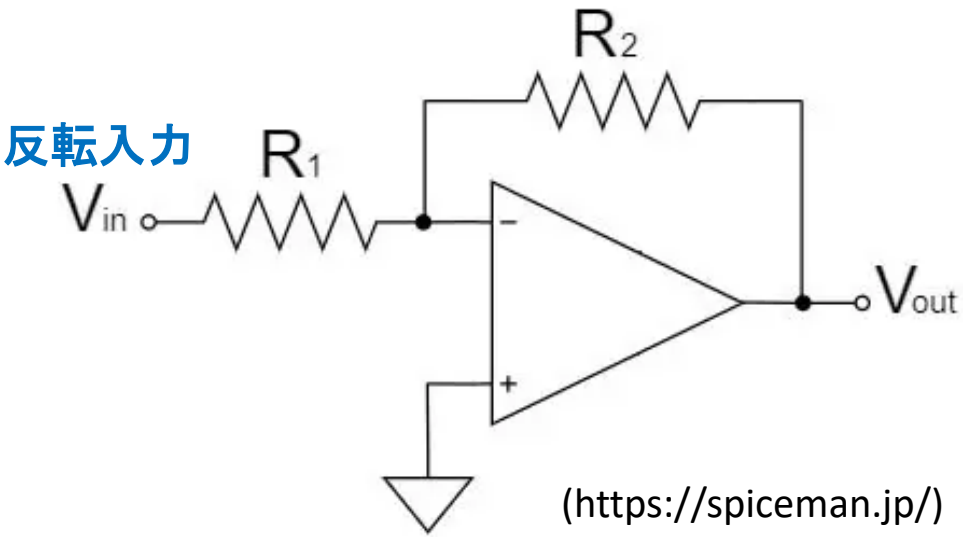


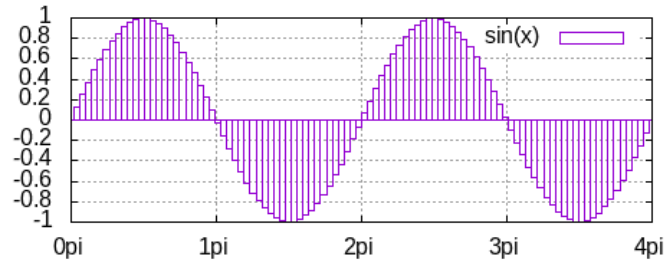
$$V_1 = V_{in} - V_F$$
$$= V_{in} - FV_{out}$$
$$V_{out} = AV_1$$
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A}{1 + AF}$$

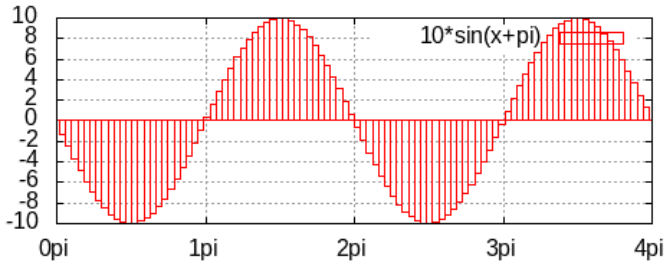
Aが十分大きい時(1<<A)

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{F}$$

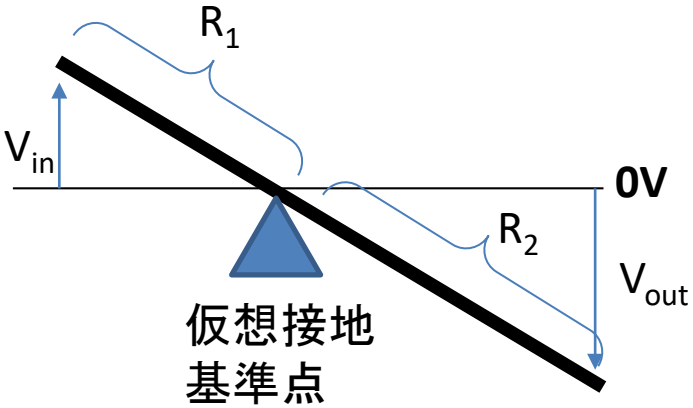
反転増幅回路





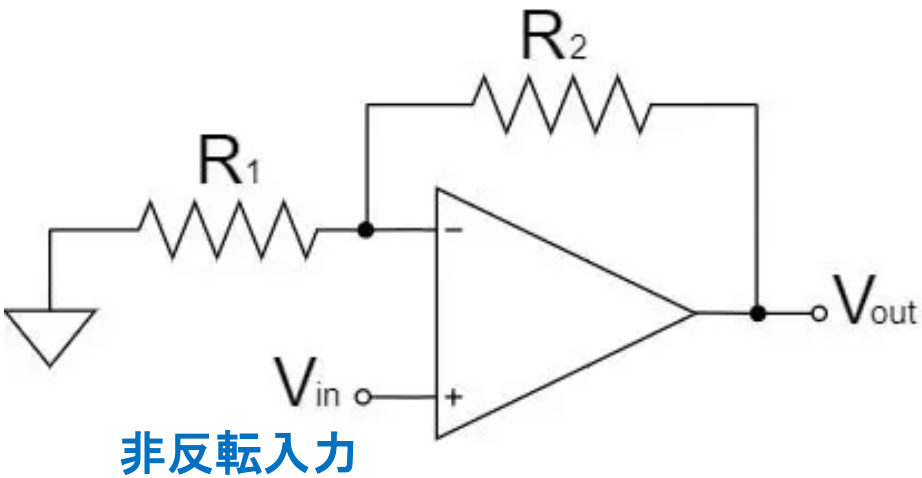


- 回路の増幅率は2つの抵抗によって決まる
- $G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$

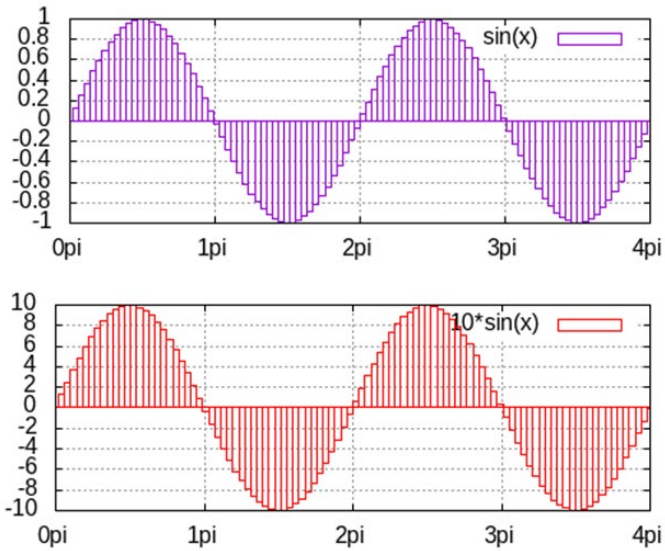


シーソーと同じ考え方

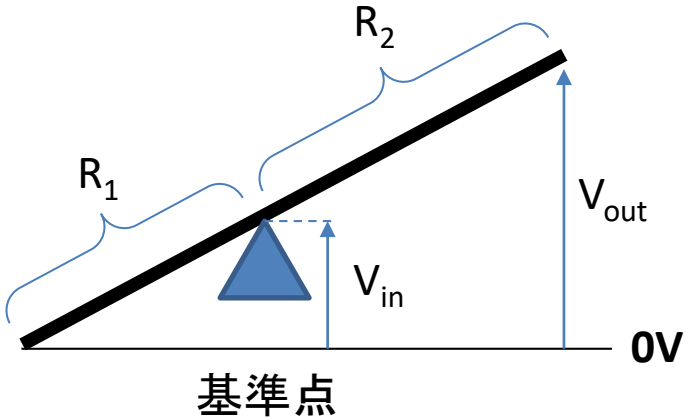
非反転増幅回路



(https://spiceman.jp/)



- 回路の増幅率は2つの抵抗によって決まる
- $G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$



基準点を接地点から浮かせたシーソー

オペアンプを用いた演算回路

オペアンプのルーツは、アナログ計算機。

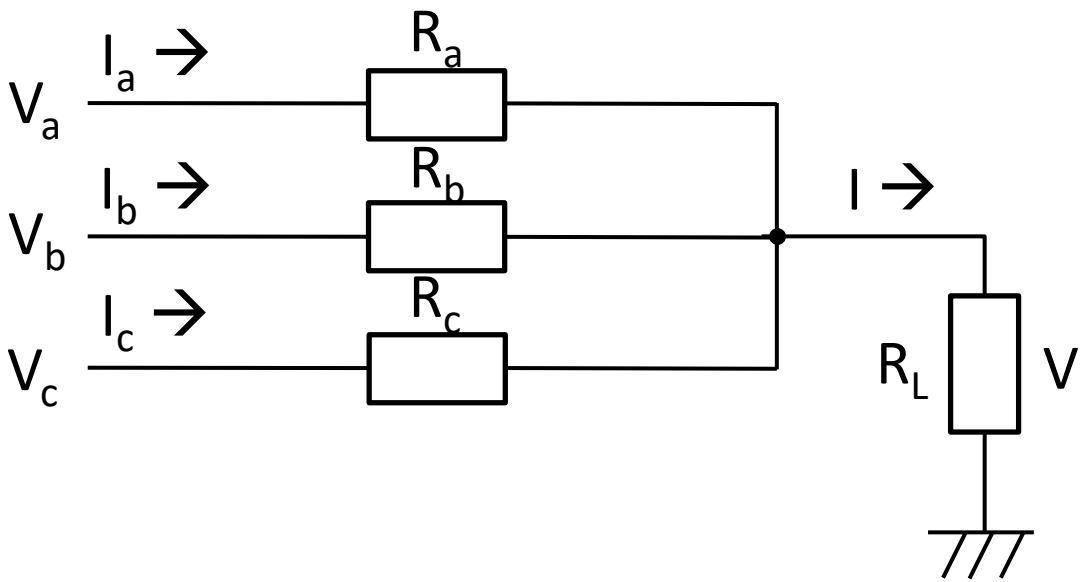
- 加算回路/減算回路
- 積分回路/微分回路

が基本。

(乗算・除算回路は少し難しい)

抵抗を用いた加算回路

- 抵抗のみで簡単に構成できる
  - ただし、精度を上げるためには(出力)負荷抵抗R_Lを十分小さくしなければならない
  - しかし、R_Lを小さくすると、V=IRより、出力電圧が小さくなってしまう



R_Lが十分小さければ

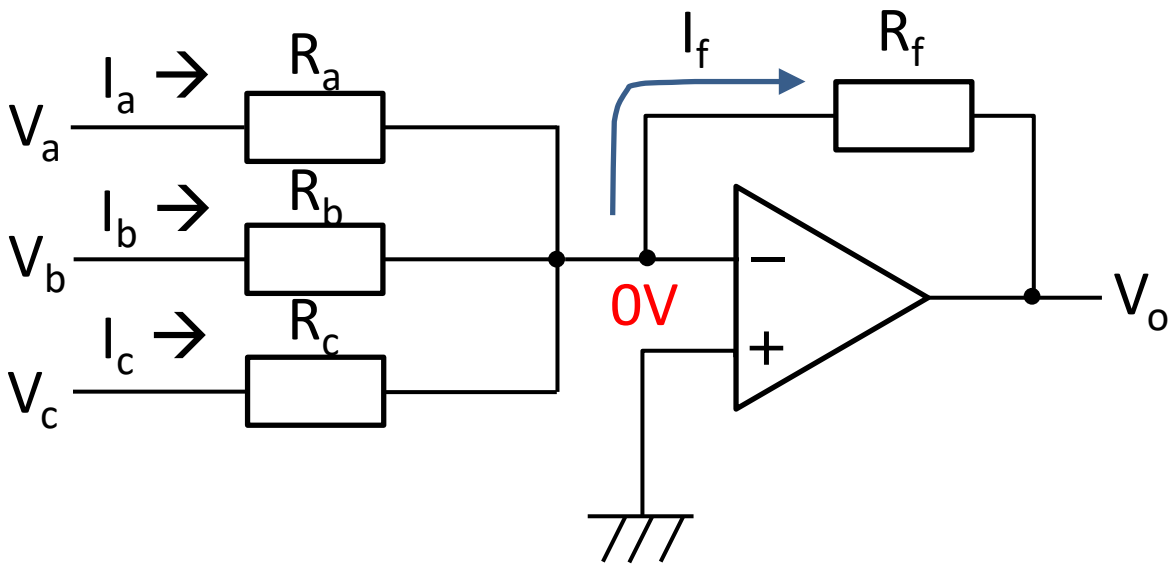
$$I_a = \frac{V_a}{R_a}$$
$$I_b = \frac{V_b}{R_b}$$
$$I_c = \frac{V_c}{R_c}$$

$$I = I_a + I_b + I_c = \frac{V_a}{R_a} + \frac{V_b}{R_b} + \frac{V_c}{R_c}$$

*R_a=R_b=R_cの時は単純な加算

オペアンプを用いた加算回路

- オペアンプを用いると負荷抵抗を気にしなくて良い
  - 入力インピーダンスが非常に大きく、出力インピーダンスが非常に小さいため
  - イマジナリー・ショートを用いると計算が容易
- 反転増幅回路の発展



$$I_a = \frac{V_a}{R_a}, I_b = \frac{V_b}{R_b}, I_c = \frac{V_c}{R_c}$$

$$I_f = I_a + I_b + I_c$$
$$= \frac{V_a}{R_a} + \frac{V_b}{R_b} + \frac{V_c}{R_c}$$

$$0 - V_o = I_f R_f$$

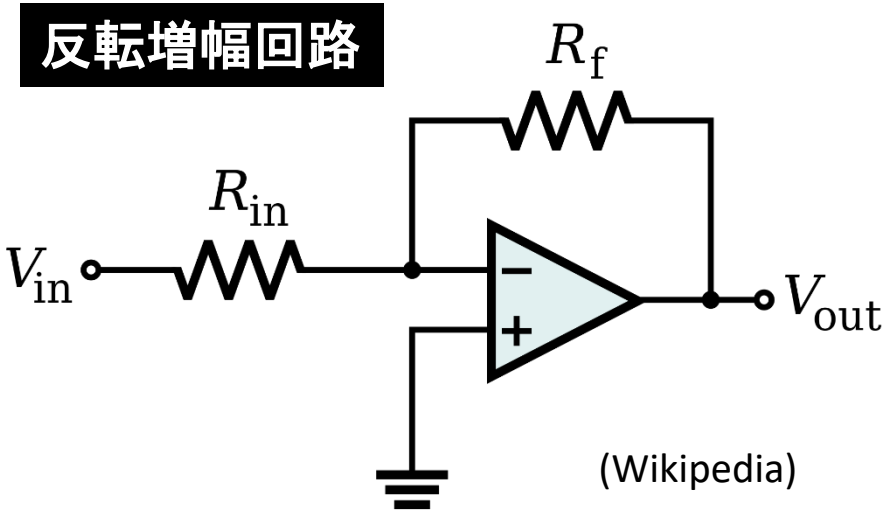
$$\boldsymbol{V_o = -\left(\frac{V_a}{R_a} + \frac{V_b}{R_b} + \frac{V_c}{R_c}\right) R_f}$$

*R_a=R_b=R_cの時は単純な加算

反転増幅回路 と 加算回路 まとめ

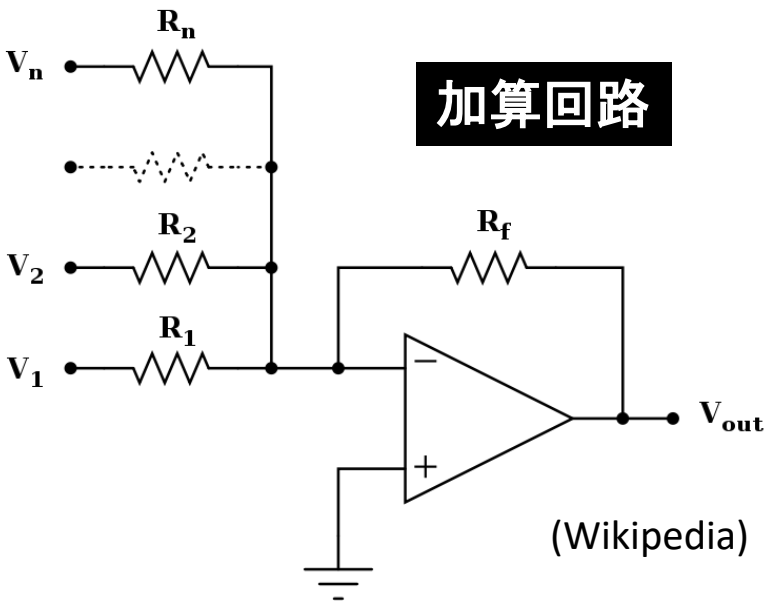
- 反転増幅回路の入力電圧と抵抗がN個になったものが加算回路

反転増幅回路



(Wikipedia)

加算回路



(Wikipedia)

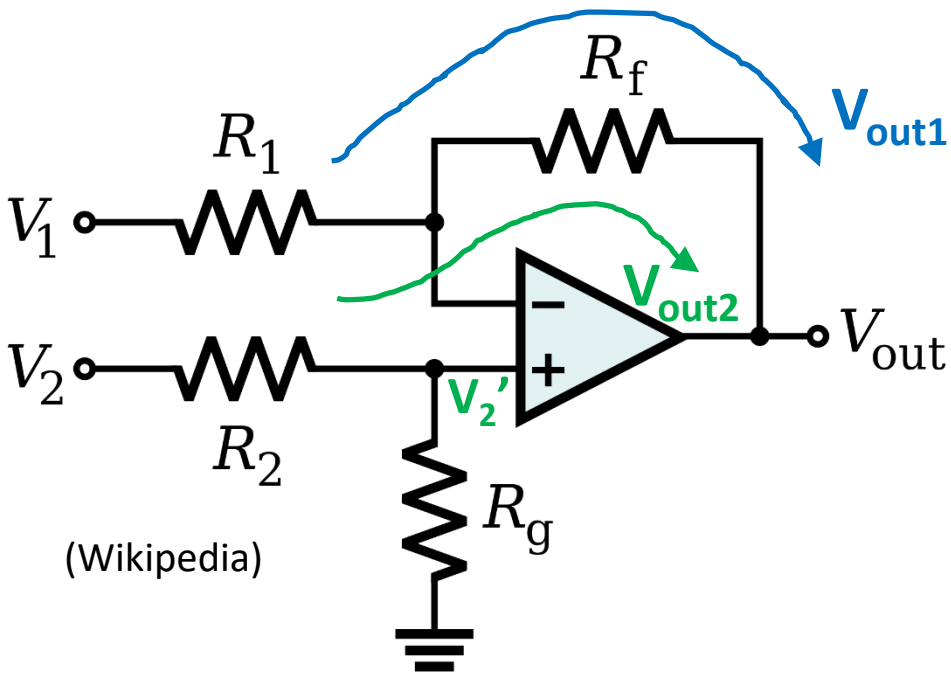
$$V_{out} = -\frac{R_f}{R_{in}} V_{in}$$

$$V_{out} = -\left(\frac{R_f}{R_1} V_1 + \frac{R_f}{R_2} V_2 + \cdots + \frac{R_f}{R_n} V_n\right)$$

DAC(デジタル→アナログ変換)等に利用

減算回路 = 差動増幅回路

- そもそも、オペアンプは二つの入力間の電位差によって動作する差動増幅回路
- 基本は反転増幅回路と非反転増幅回路の組み合わせ



(Wikipedia)

$$V_{out} = V_{out1} + V_{out2}$$

$$V_{out1} = -\frac{R_f}{R_1}V_1$$

$$V_{out2} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)V_2'$$

ただしV_2'は分圧 $V_2' = \left(\frac{R_g}{R_2 + R_g}\right)V_2$

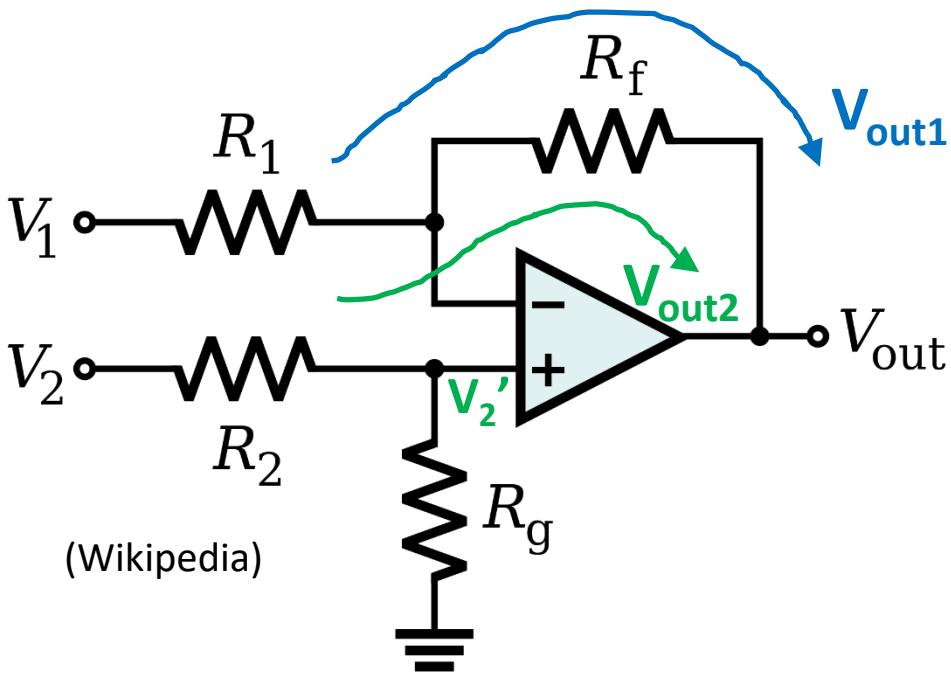
$$V_{out} = -\frac{R_f}{R_1}V_1 + \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)\left(\frac{R_g}{R_2+R_g}\right)V_2$$

$R_1=R_2$, $R_f=R_g$とすると

$$\boldsymbol{V_{out} = \frac{R_f}{R_1}(V_2 - V_1)}$$

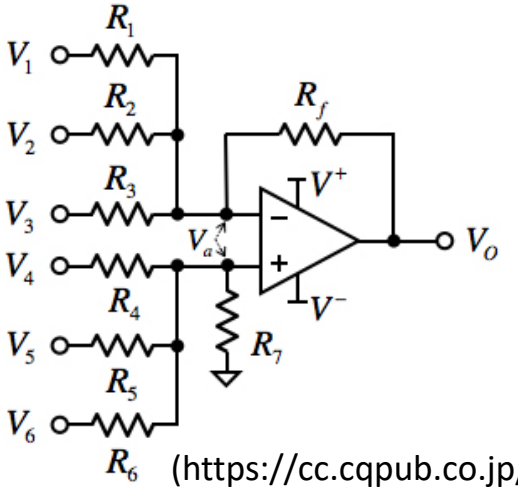
減算回路 = 差動増幅回路

- そもそも、オペアンプは二つの入力間の電位差によって動作する差動増幅回路
- 基本は反転増幅回路と非反転増幅回路の組み合わせ



(Wikipedia)

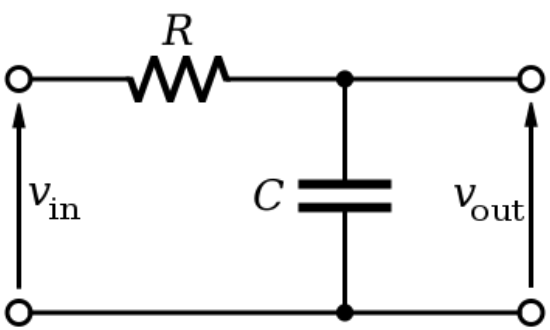
- V_2=0とすると、反転増幅回路と同じ
- 加算回路では多数の入力を加算
- 減算回路ではオペアンプ1つにつき2つの入力のみ加算
- 加算回路+減算回路=加減算回路



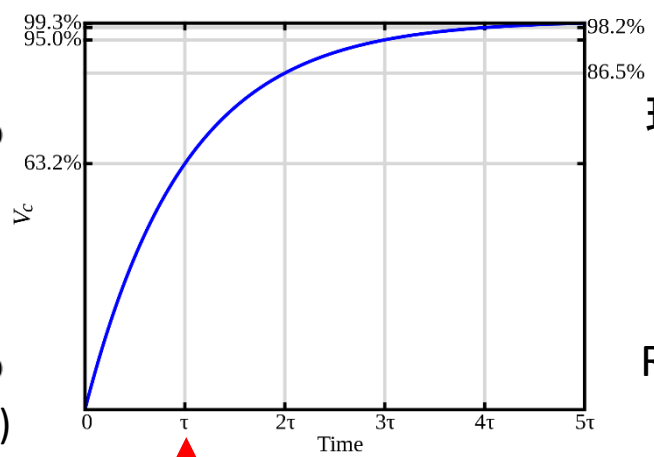
(https://cc.cqpub.co.jp/)

RCを用いた積分回路

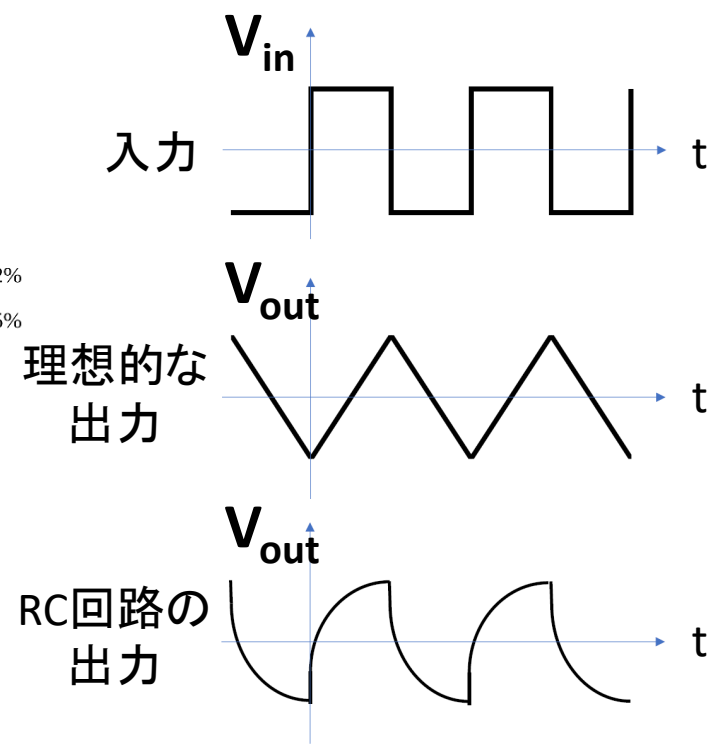
- 積分回路 = 入力に与えた電圧を時間の変化とともに積算していく回路
- 直列RCで簡単に構築可能
  - 時定数 τ=RC (参考資料参照)



(Wikipedia)

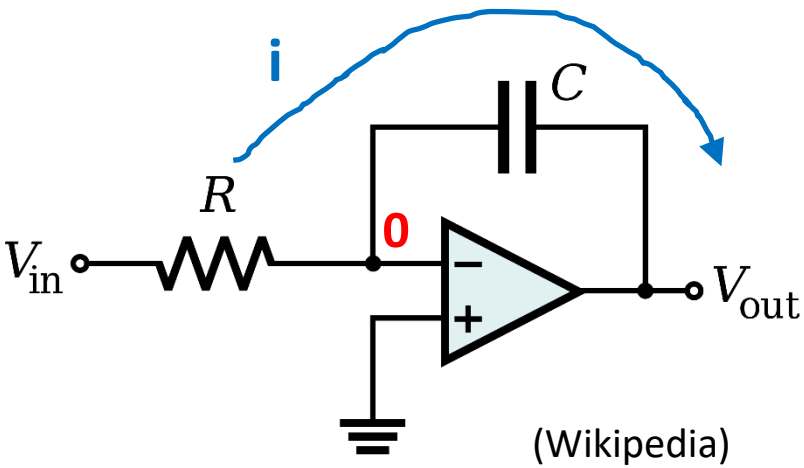


時定数 τ=RC：大きさが1-1/e



オペアンプを用いた積分回路

- オペアンプを用いると、より直線的な積分は計が得られる



(Wikipedia)

$$V_{in} - 0 = iR$$

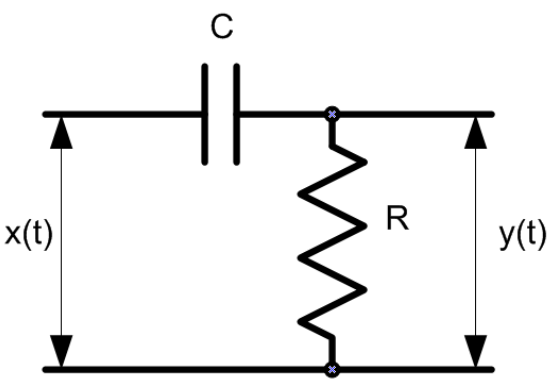
$$0 - V_{out} = \frac{1}{C}\int idt$$

$$V_{out} = -\frac{1}{RC}\int V_{in}dt$$

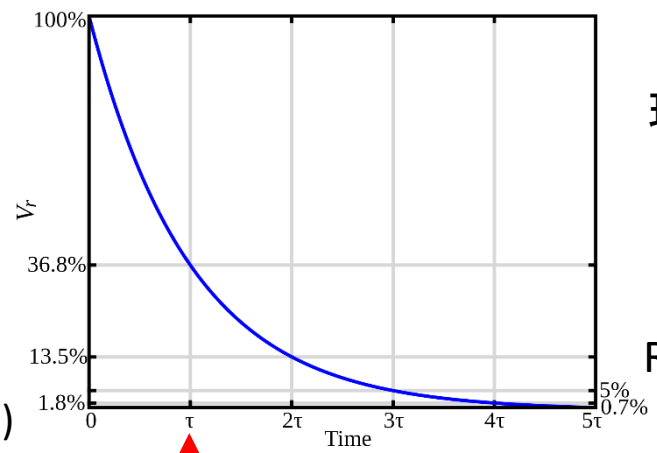
出力が積分形 → 積分回路

RCを用いた微分回路

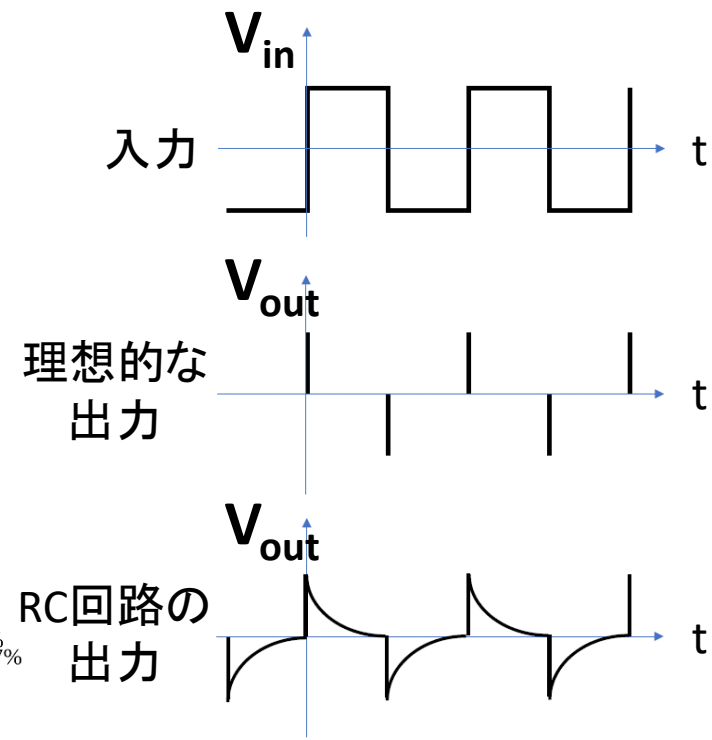
- 微分回路 = 入力に与えた電圧の変化量に応じた電圧を出力する回路
- 直列RCで簡単に構築可能
  - 時定数 τ=RC (参考資料参照)



(Wikipedia)

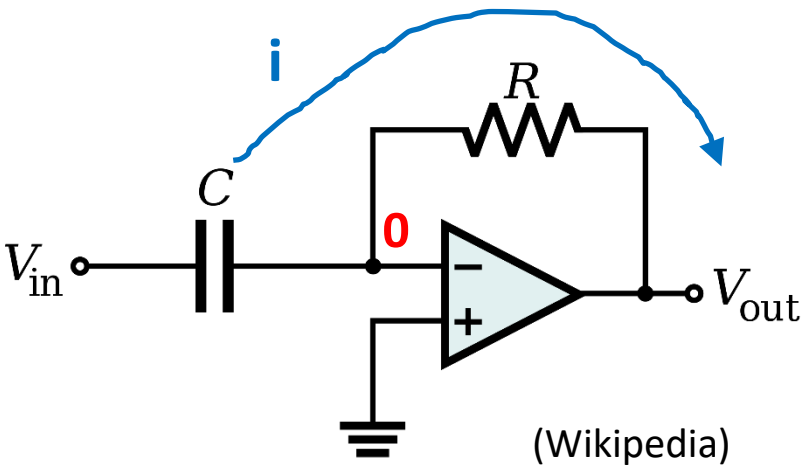


時定数 τ=RC：大きさが1/e



オペアンプを用いた微分回路

- オペアンプを用いると、より鋭い変化が得られる



$$V_{in} - 0 = \frac{1}{C}\int i dt$$

$$0 - V_{out} = iR$$

$$V_{out} = -RC\frac{dV_{in}}{dt}$$

出力が微分形 → 微分回路

オペアンプを用いたフィルタ回路

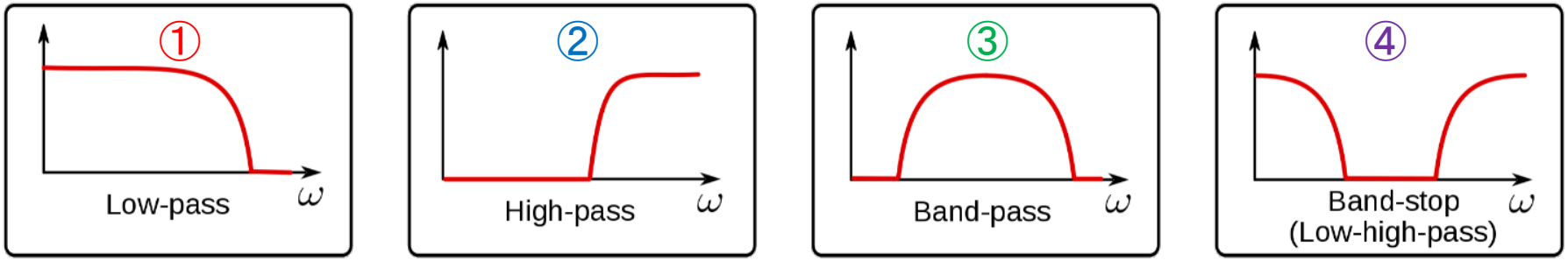
フィルタ回路 = ある周波数を持った信号のみを通過させる回路。

- ローパス・フィルタ
- ハイパス・フィルタ

が基本。

フィルタ回路

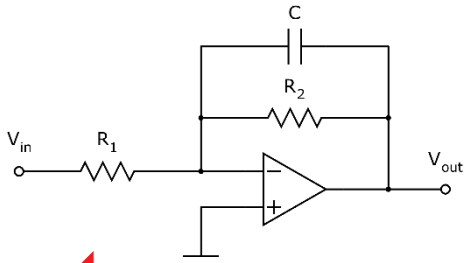
- 必要な信号だけ取り出す回路
  - 例えば、高周波ノイズを含んだ信号を、低周波だけ通してノイズを除去するような回路
- 分類
  1. ローパス・フィルタ (LPF)
  2. ハイパス・フィルタ (HPF)
  3. バンドパス・フィルタ (BPF)
  4. バンドストップ・フィルタ (BEF)

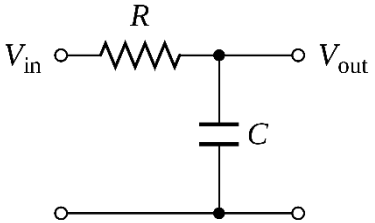


(Wikipedia)

フィルタ回路 (続)

- 2種類のフィルタ回路
  - パッシブ(受動)フィルタ回路
    - RC/RLC回路で構成 [簡単] *RLCの方が高性能
    - 主に高周波用 [低周波用コイルは大きい]
  - アクティブ(能動)フィルタ回路
    - トランジスタやオペアンプで構成 [複雑] *RLCとおよそ同等の特性が得られる
    - 主に低周波用 [素子の周波数特性で決定]
- アナログフィルタとデジタルフィルタの違いもある



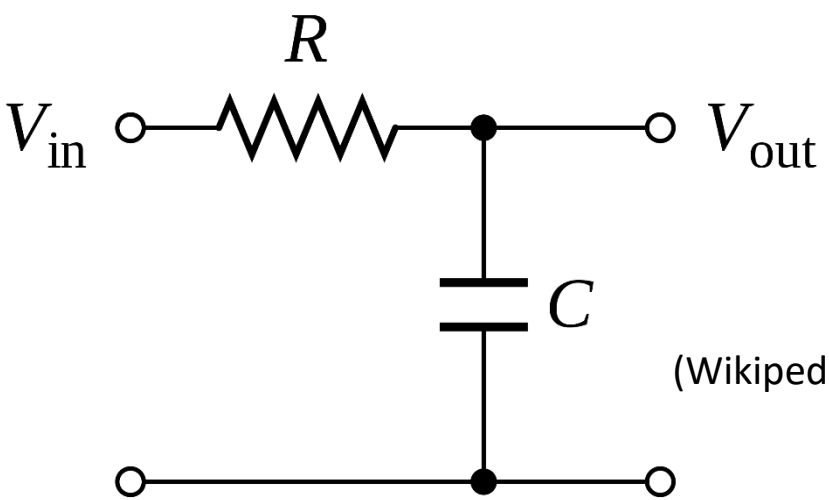


低周波 ⟷ **高周波**

ローパス・フィルタ = 積分回路

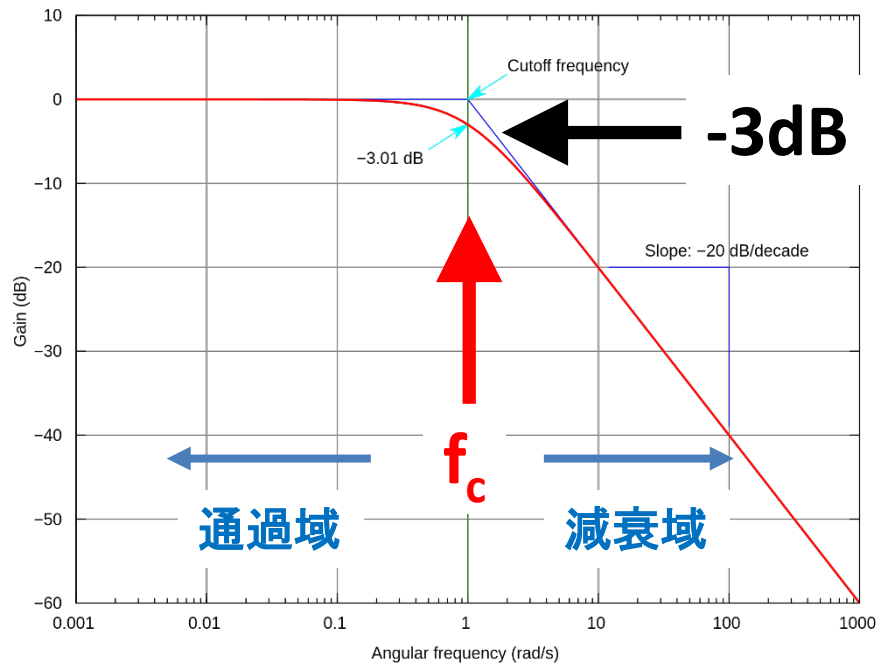
- 利得が3dB下がる=増幅度が1/√2下がる周波数がカットオフ周波数f_c (参考資料参照)

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$



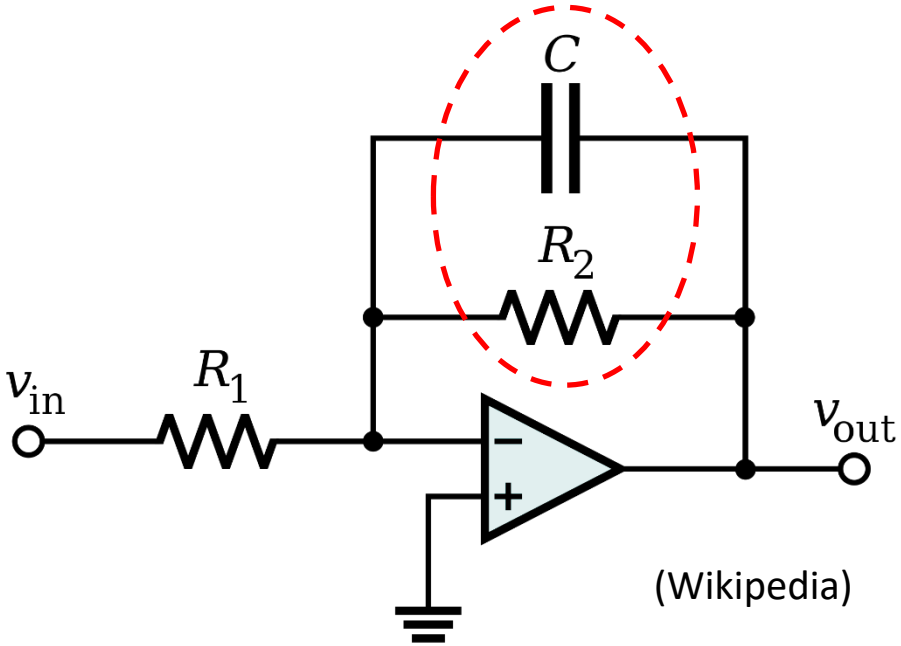
(Wikipedia)

積分回路と同じ



オペアンプを用いたローパス・フィルタ

- オペアンプを用いた(実用的な)積分回路
  - 帰還抵抗R_2をコンデンサーと並列に加える



(Wikipedia)

- カットオフ周波数f_c

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

- ゼロクロス周波数f_e
  (利得0dB=1倍)

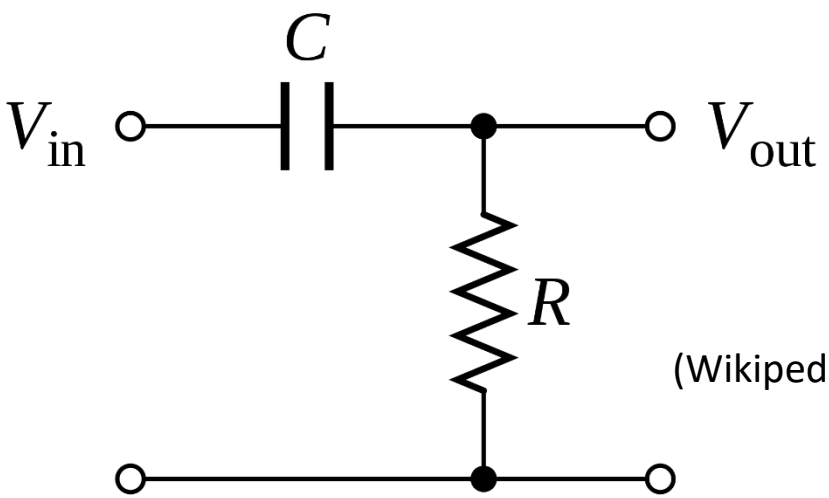
$$f_e = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$

(参考資料参照)

ハイパス･フィルタ = 微分回路

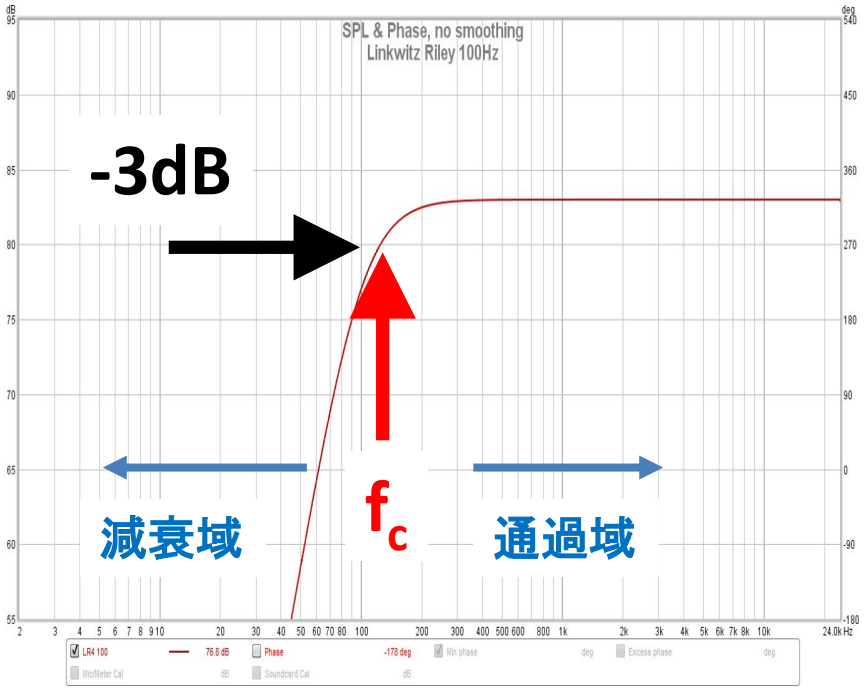
- 利得が3dB下がる=増幅度が1/√2下がる周波数がカットオフ周波数f_c (参考資料参照)

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$



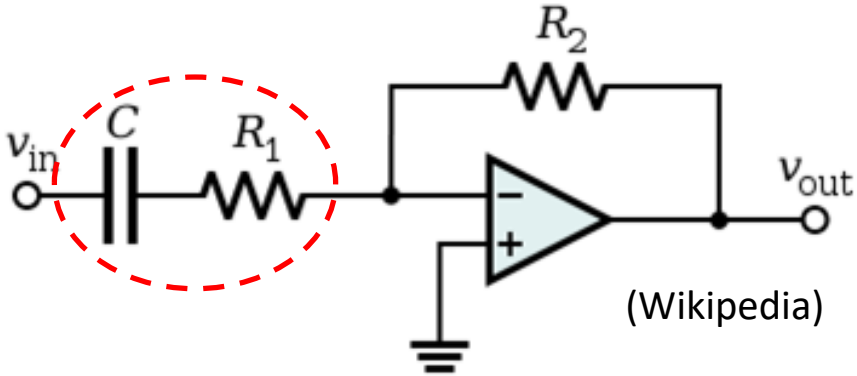
(Wikipedia)

微分回路と同じ



オペアンプを用いたハイパス・フィルタ

- オペアンプを用いた(実用的な)微分回路
  - 抵抗R_1をコンデンサーと直列に加える



オペアンプを用いたハイパス・フィルタでは、オペアンプの特性により高周波数領域で増幅度は急激に低下する
= 高周波数でのフィルターには不向き

- カットオフ周波数f_c

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C}$$

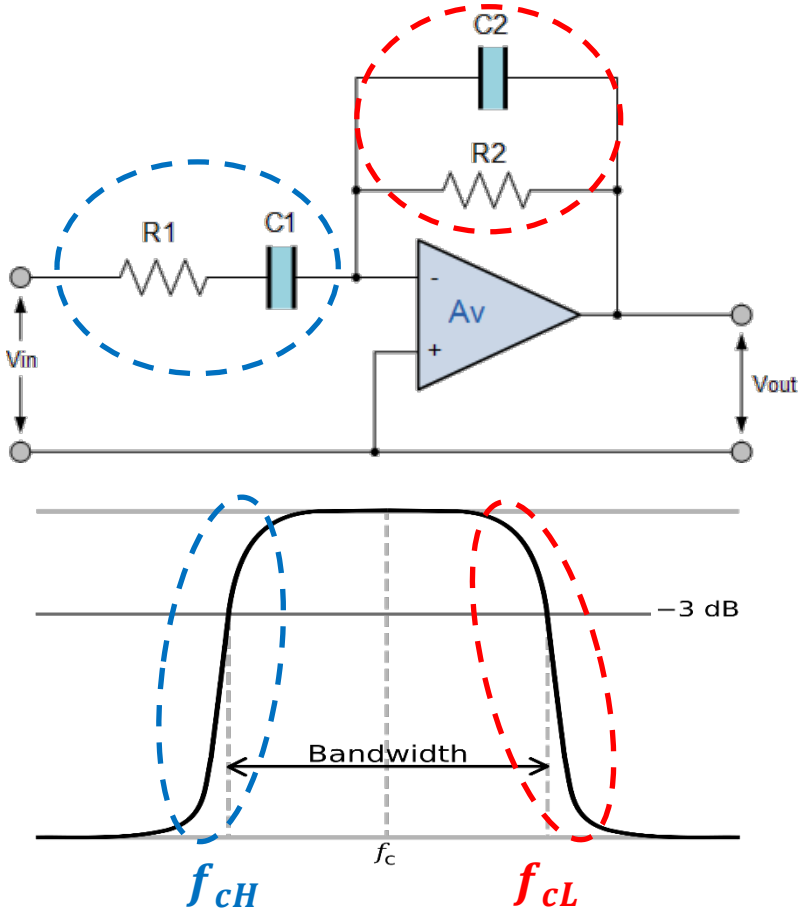
- ゼロクロス周波数f_e
  (利得0dB=1倍)

$$f_e = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

(参考資料参照)

バンドパス・フィルタ

- ローパスとハイパス・フィルタを組み合わせる
  - RLC回路でも可能



- カットオフ周波数f_c

$$f_{cL} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

$$f_{cH} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

(https://www.electronics-tutorials.ws, Wikipedia)

正帰還と発振回路

これまでは**負帰還**を用いてきた。

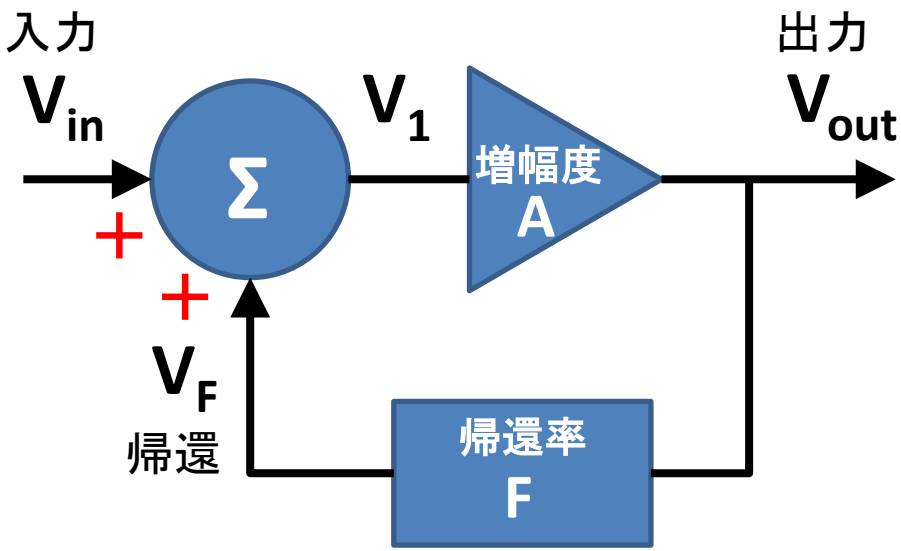
- 反転入力を利用

では、**正帰還**は?

- 非反転入力を利用

正帰還 (ポジティブ・フィードバック)

- 増幅度Aの増幅器出力から帰還率F(<1)を介した同位相信号を入力に戻すこと
  - AF=1のときに増幅度無限大→発振



$$V_1 = V_{in} + V_F$$
$$= V_{in} + FV_{out}$$
$$V_{out} = AV_1$$
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A}{1 - AF}$$

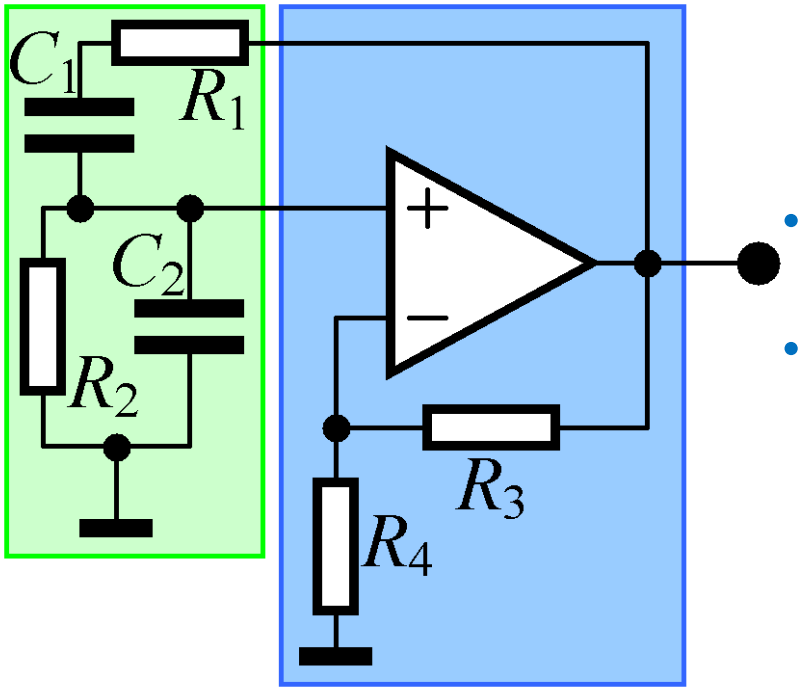
AF=1で

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \infty$$

例：ウィーンブリッジ発振回路

(Wikipedia)

- RCを用いたバンドパス・フィルタ
- 出力をプラス端子に戻しているので「正帰還」



- オペアンプを用いた非反転増幅回路
- 出力をマイナス端子に戻しているので「負帰還」

バンドパス・フィルタで選択される周波数で発振する

以降、実験の進め方のヒント

- **まずはテキストをよく読むこと**
  - 特に、実験の手順はしっかり従う

4.2 加算回路

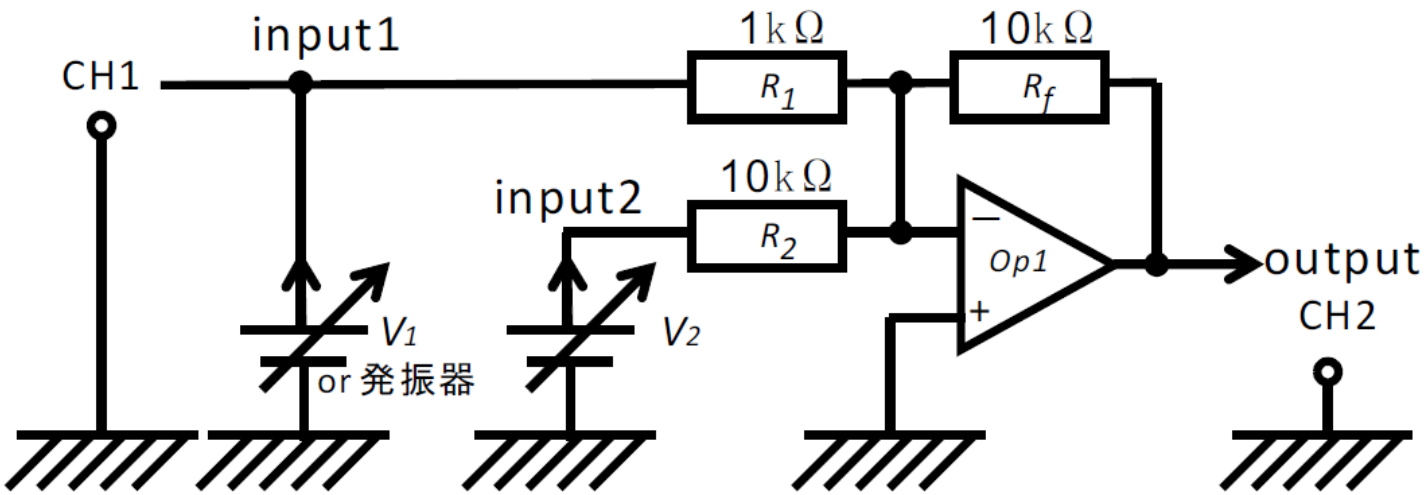


図 14: 加算回路図

4.2.2 加算回路

- 直流電圧/正弦波それぞれに対し、入力電圧V1/V2、出力電圧Voを測定し、**表6**を作成
  - 各々において出力電圧V_oが次式に従うことを確かめる

$$V_o \cong -\left(\frac{R_f}{R_1}V_1 + \frac{R_f}{R_2}V_2\right)$$

  - 正弦波においては入力/出力波形を観測し(USBメモリに保存、**画像3**)、要所を押さえて簡単にスケッチしておく

表6：加算回路の測定

	入力電圧 V1 [V]	入力電圧 V2 [V]	出力電圧 Vo [V]	加算式	計算結果 [V]
直流電圧					
正弦波(最大値)					
正弦波(最小値)					

4.3 アクティブ・バンドパス・フィルタ

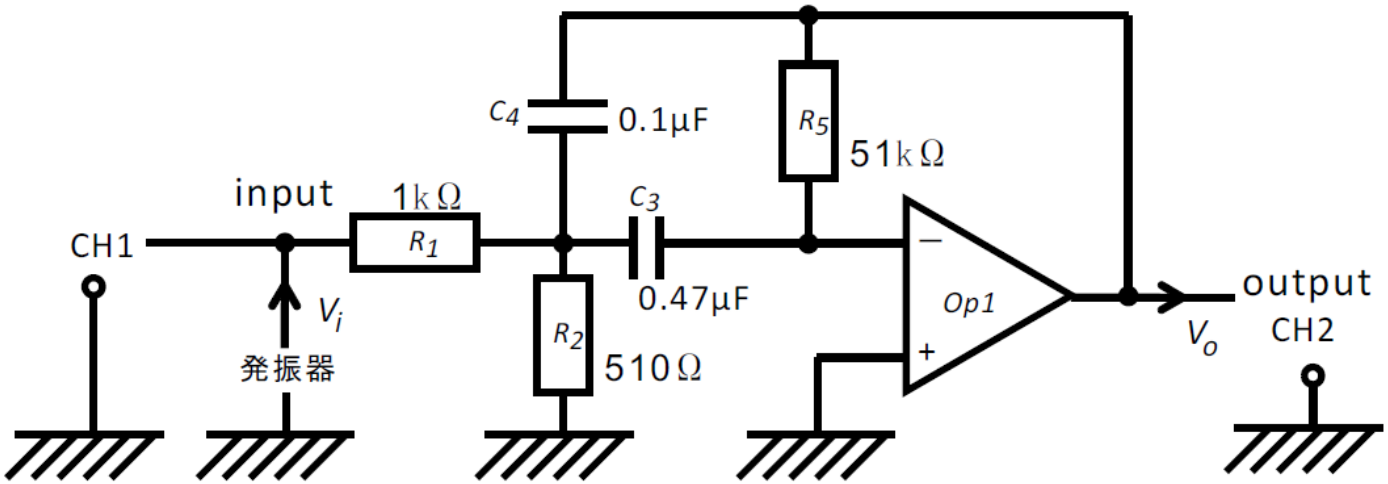


図 15: アクティブ・バンドパス・フィルタ回路

4.3 アクティブ・バンドパス・フィルタ

- 周波数特性を観測し、**表7**を作成

表7：周波数に対する利得

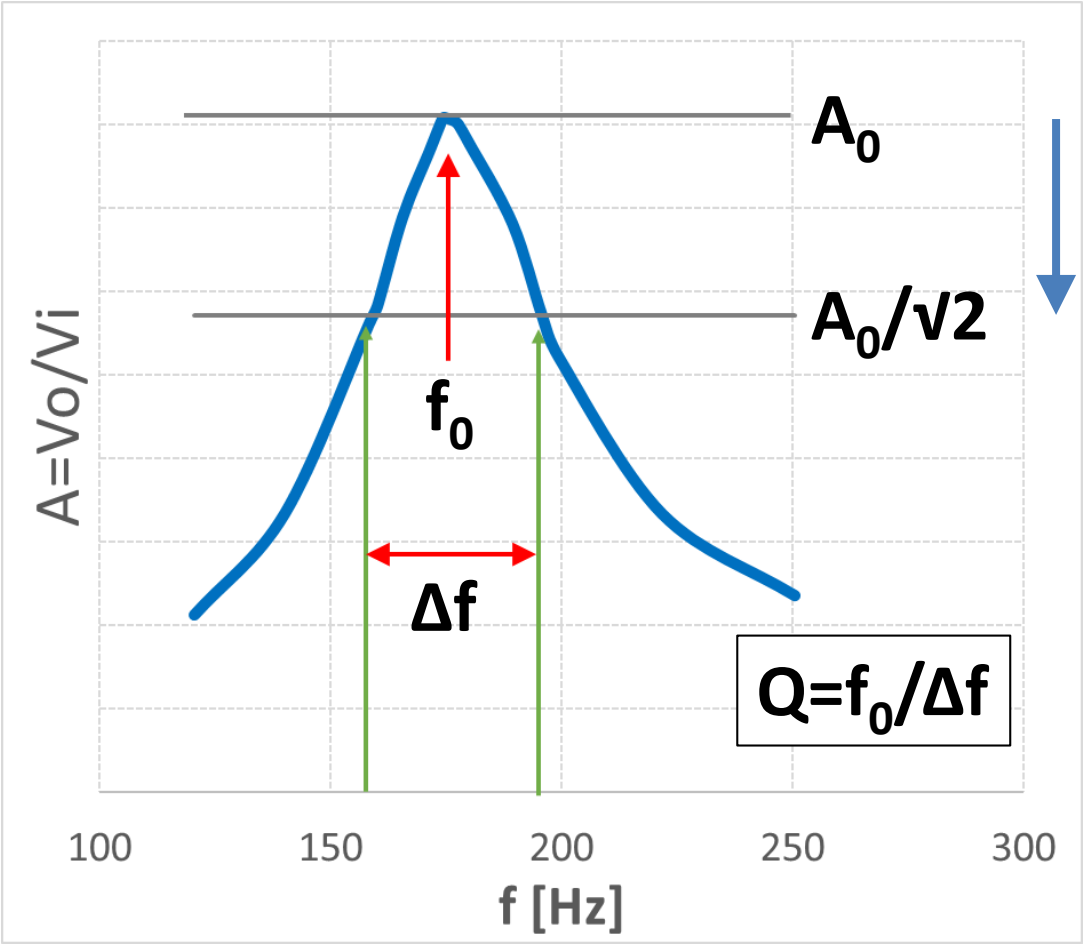
周波数 f[Hz]	入力電圧 Vi [V]	出力電圧 Vo [V]	利得 A=Vo/Vi	20logA [dB]
120				
…				
250				

4.3 アクティブ・バンドパス・フィルタ

- 周波数特性を観測し、**表7**を作成
- 縦軸A、横軸fの**グラフ3**を作る
  - 得られたグラフより、A0, f0, Δf, Qを求める
    - A0：A(利得)の最大値
    - f0：A0となるときのf(周波数)の値
    - Δf：A=A0/√2となるときのfの幅
    - Q：フィルタの選択尺度f0/Δf
  - また、$A0 = H/\alpha$, $Q = 1/\alpha$, $\omega 0 = 2\pi f0$ としてH, α, $\omega 0$を計算する

4.3 アクティブ・バンドパス・フィルタ

グラフ3：バンドパス・フィルタの周波数特性



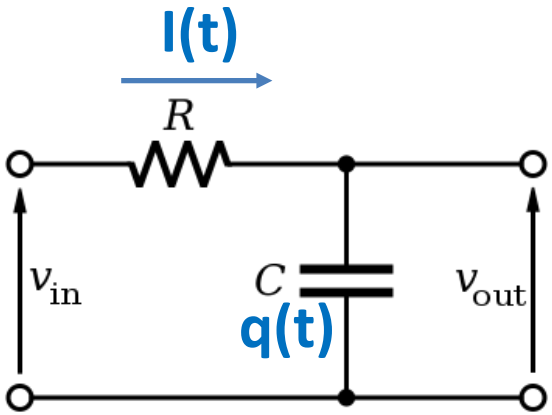
$A=V_o/V_i$　　$G=20\log A$

$1/\sqrt{2} = -3dB$

参考資料

RC回路の時定数τ

- 微分方程式を解くと出る
  - $V_{out}(t)$はコンデンサーの両端の電圧
  - 時間tでのコンデンサーの電荷をq(t)とする



$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$V_{in} = R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C}$$

$$V_{out}(t) = \frac{q(t)}{C} = V_{in} - R\frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t) = CV_{in} - RC\frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t) = CV_{in}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$V_{out}(t) = V_{in}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

- t=RCの時V_{out}が1-1/e → **時定数τ=RC**

RC回路のカットオフ周波数f_c

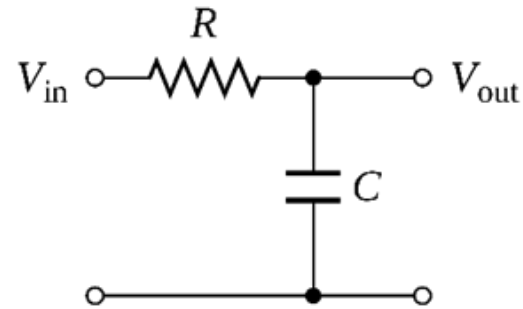
- 複素インピーダンスより出る

$$Z_R = R,\ Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

- V_{out}はV_{in}をZ_RとZ_Cで分圧しているので

$$V_{out} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} V_{in} = \frac{1}{1 + i\omega RC} V_{in}$$

ローパス・フィルタ



ハイパス・フィルタ
でもほぼ同様の計算

- 伝達関数G(iω)=V_{out}/V_{in}は

$$G(i\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + i\omega RC} \Rightarrow |G(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

- 利得が3dB下がる=増幅度が1/√2下がる周波数がカットオフ周波数f_c

$$\omega_f RC = 1,\ \omega_f = 2\pi f_c \Rightarrow \boldsymbol{f_c = \frac{1}{2\pi RC}}$$

ローパスフィルタのf_c, f_e

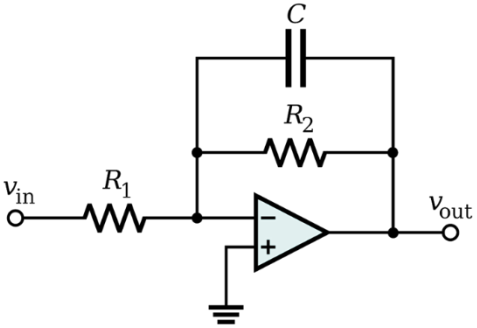
- 反転増幅回路と同じ考え方 (ただし複素数)

$$Z_1 = R_1,\ Z_2 = 1\Big/\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\frac{1}{i\omega C}}\right) = \frac{R_2}{1+i\omega R_2 C}$$

$$G(i\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+i\omega R_2 C}$$

$$\Rightarrow \quad |G(i\omega)| = \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{1+(\omega R_2 C)^2}}$$

ローパス・フィルタ



ハイパス・フィルタ
でもほぼ同様の計算

- 利得が3dB下がる=増幅度が1/√2下がる周波数がカットオフ周波数f_c

$$\omega_f R_2 C = 1,\ \omega_f = 2\pi f_c \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C}}$$

- 利益が0dB=増幅度が1の時の周波数がゼロクロス周波数f_e
  - 周波数が高くなるとCのみを考えれば良い

$$\frac{\frac{1}{i\omega_e C}}{R_1} = 1,\ \omega_e = 2\pi f_e \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f_e = \frac{1}{2\pi R_1 C}}$$

decadeとoctave

- decade (dec)：2つの周波数の比率が10
- octave (oct)： 2つの周波数の比率が2

- 20dB/dec → (x10) / (f*10)
  → (x1) / (f) → (x2) / (f*2)
  → ~6dB/oct

つまり、20dB/dec ~ 6dB/oct

デシベル値	場の量の比
0 dB	1.000 倍
1 dB	1.122 倍
2 dB	1.259 倍
3 dB	1.413 倍
4 dB	1.585 倍
5 dB	1.778 倍
6 dB	1.995 倍
7 dB	2.239 倍
8 dB	2.512 倍
9 dB	2.818 倍
10 dB	3.162 倍
11 dB	3.548 倍
12 dB	3.981 倍
13 dB	4.467 倍
14 dB	5.012 倍
15 dB	5.623 倍
16 dB	6.310 倍
17 dB	7.079 倍
18 dB	7.943 倍
19 dB	8.913 倍
20 dB	10.00 倍
30 dB	31.62 倍
40 dB	100.0 倍